Esiste una velocità che rende minima la pioggia ricevuta?

Dovendo percorrere una certa distanza sotto la pioggia, viene spontaneo chiedersi se sia possibile rendere minima l'acqua che si prende con un'opportuna scelta della velocità.
Il problema in sè è complicato per la forma complessa di un essere umano, ma approssimando la persona con un parallelepipedo il problema diventa molto semplice; i risultati non saranno da prendere alla lettera, ma dovrebbero restare validi qualitativamente.

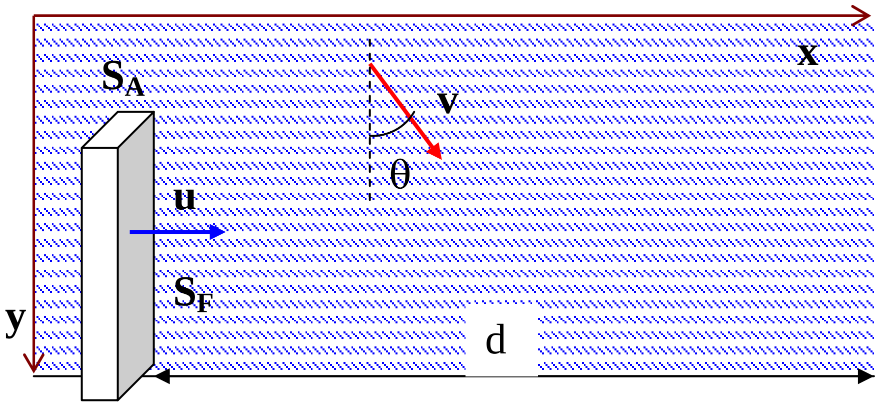

Fig. 1. *Rappresentazione schematica delle grandezze e approssimazioni coinvolte.*

Chiameremo $\mathbf{S_A}$ la superficie superiore del parallelepipedo, $\mathbf{S_F}$ la superficie frontale, **u** la velocità della persona (orizzontale), **v** la velocità della pioggia che per ipotesi forma un angolo **θ** con la verticale e **d** la distanza da percorrere.
Come sistema di coordinate considereremo un asse X orizzontale, orientato nel verso in cui si muove la persona, e l'asse Y verticale orientato in giù. In tal modo la componente verticale delle velocità della pioggia (v_Y) e la componente orizzontale della velocità della persona (u) sono positive. Per semplificare ulteriormente il problema si è supposto che la direzione della pioggia e la persona giacciano nello stesso piano verticale. Non è difficile fare a meno di questa condizione, ma qui basta stabilire il principio. Con queste definizioni, detto **n** il numero di gocce per unità di volume,

- il numero di gocce che colpiscono la superficie <u>superiore</u> per unità di tempo è $\dfrac{dN_A}{dt} = nS_A v_Y$;
- il numero di gocce che colpiscono la superficie <u>frontale</u> per unità di tempo è $\dfrac{dN_F}{dt} = nS_F \left|u - v_X\right|$.

L'ultima quantità dipende dalla velocità relativa $\left|u - v_X\right|$, presa in modulo perché non avrebbe senso un valore negativo e perché così si tiene conto delle due possibilità, ovvero che l'acqua colpisca la persona di fronte (caso $u > v_X$) oppure da dietro (caso $u < v_X$).

Per percorrere una distanza d, con velocità costante u, la persona impiegherà un tempo $\Delta t = \dfrac{d}{u}$ ed il numero totale di gocce ricevute nell'intero tragitto sarà: $N = \left(\dfrac{dN_A}{dt} + \dfrac{dN_F}{dt}\right)\Delta t$, ovvero $N(u) = nd\left(S_A v_Y + S_F\left|u - v_X\right|\right)/u$.

Nel caso $u < v_X$, $N(u) = nd\left(\dfrac{S_A v_Y + S_F v_X}{u} - S_F\right)$, funzione sempre decrescente.

Nel caso $u > v_X$ si ha $N(u) = nd\left(\frac{S_A v_Y - S_F v_X}{u} + S_F\right)$, funzione decrescente se $S_A v_Y - S_F v_{XX} > 0$, crescente se $S_A v_Y - S_F v_{XX} < 0$. Nel primo caso $(S_A v_Y - S_F v_{XX} > 0)$ non c'è alcun minimo (linea blu in fig. 2) e l'unico modo di ridurre la quantità di pioggia è correre più che si può, mentre nel secondo caso $(S_A v_Y - S_F v_{XX} < 0)$esiste un minimo per $u = v_X$, e si tratta di un punto angoloso (linea rossa in fig. 2).
Esiste un minimo se l'angolo formato dalla pioggia con la verticale soddisfa la relazione $\tan\theta = \frac{v_X}{v_Y} < \frac{S_A}{S_F}$, ovvero se abbiamo la pioggia di spalle con un'inclinazione superiore al valore indicato, che dovrebbe corrispondere ad un angolo $\theta > 10°$ circa.

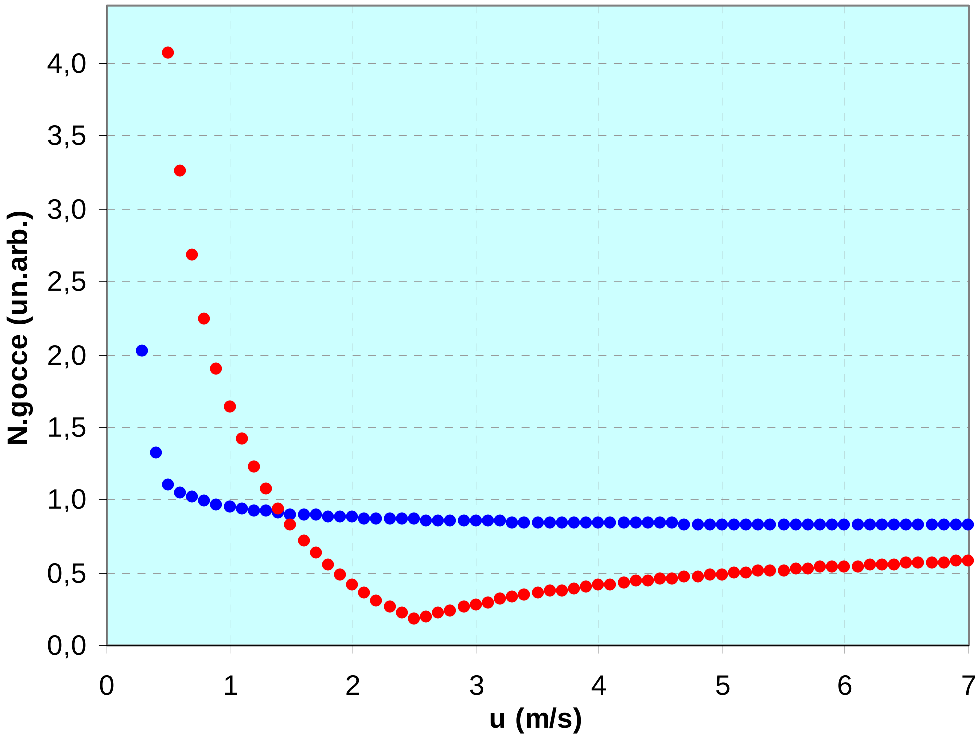

Fig. 2. *Numero di gocce di pioggia in funzione della velocità della persona. Le curve si riferiscono alle due situazioni spiegate nel testo.*