Formulario di fisica. Aggiornamento 2013-2014.

Parte 1. Cinematica 1D.

velocità scalare media: $\langle u \rangle = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo trascorso}}$

velocità vettoriale media: $\langle v \rangle = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\text{differenza di posizione}}{\text{tempo trascorso}}$

qui s è la posizione nel senso generale di coordinata curvilinea. In un grafico s-t <v> è la *coefficiente angolare della retta* che congiunge i punti (t_1,s_1) e (t_2,s_2).

velocità istantanea (vettoriale). $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$ (derivata posiz. risp. tempo)

velocità istantanea (scalare) $u = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{d\ell}{dt} = |v|$

In un grafico s-t v rappresenta il *coefficiente angolare della tangente* alla curva.
La velocità ha dimensioni lunghezza/tempo: nel sistema S.I. m/s.

Invertendo si trova: $\begin{cases} \Delta s = \langle v \rangle \Delta t \\ \Delta s = \int_{t1}^{t2} v(t) dt \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} s = s_0 + \langle v \rangle \Delta t \\ s = s_0 + \int v dt \end{cases}$

accelerazione media: $\langle a \rangle = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{variazione di velocità}}{\text{tempo trascorso}}$

accelerazione istantanea: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$ (derivata della vel. risp. tempo)

L'accelerazione si misura in m/s^2.

Moto uniforme (v costante, *a*=0). $s = s_0 + vt$

Moto uniformemente vario (unif. accelerato. *a*=costante). $\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \end{cases}$

Nelle formule precedenti si intende che t=0 sia l'istante iniziale e l'indice 0 si riferisce a tale istante. Eliminando il tempo si trova anche: $\Delta s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$.

(spazio percorso fra l'istante iniziale in cui la velocità è v_1 e quello finale in cui è v_2).

Moto circolare. Qui si usano solitamente coordinate angolari e, di conseguenza, **velocità angolare** e **accelerazione angolare**:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\text{angolo di rotazione}}{\text{tempo trascorso}} \quad \text{e} \quad \omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\text{variazione di vel.angolare}}{\text{tempo trascorso}} \quad \alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

La velocità angolare si misura in rad/s, l'accelerazione angolare in rad/s^2.

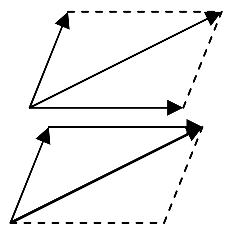
Moto circolare uniforme: ω costante. In tal caso $\omega = \langle \omega \rangle = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ dove T è il periodo di rotazione e $\nu = \frac{1}{T}$ è la frequenza di rotazione. ν si misura in s^{-1}=Hz.

Parte 2. Vettori (in 2D).

Vettore: grandezza dotata di ampiezza (o modulo), direzione e verso.
In un piano x-y, un vettore **A** di componenti a_x, a_y, forma un angolo θ con l'asse x.

Allora: $\begin{cases} A = |\vec{A}| = \sqrt{a_X^2 + a_Y^2} \\ \tan\theta = \frac{a_Y}{a_X} \end{cases}$ e $\begin{cases} a_X = a\cos\theta \\ a_Y = a\sin\theta \end{cases}$

Somma di vettori. $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$ è un vettore. Gode delle seguenti proprietà:
Commutativa: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
Associativa: $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$
Aspetto geometrico (regola del parallelogramma):



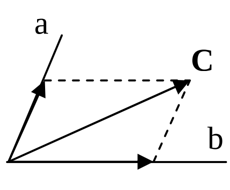
Componenti cartesiane: $\begin{cases} S_X = A_X + B_X \\ S_Y = A_Y + B_Y \end{cases}$
(la componente X della somma è la somma delle componenti X, ecc.).

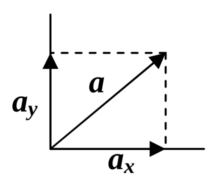
Prodotto di uno scalare per un vettore: **C**=k**A**. (è un vettore).

Vettore con la stessa direzione di A, verso identico (se k>0) o invertito (k<0), modulo: |C|=|k||A| Componenti cartesiane: $\begin{cases} C_X = kA_X \\ C_Y = kA_Y \end{cases}$
Opposto di un vettore: il vettore opposto di **A** è (-1)·**A**, più brevemente **–A**.
Versore: vettore di modulo uno. Ogni vettore si può scrivere come prodotto del suo modulo per il suo versore: $\vec{A} = A\vec{u}_A$.

Differenza di due vettori. Si riconduce alla somma: A-B =A+(-B).

Scomposizione di un vettore lungo due rette date (a e b). E' l'inverso della somma: dato il vettore e le due rette, passanti per l'origine del vettore, si usa la regola del parallelogramma.





Caso particolare: scomposizione lungo gli assi cartesiani: $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$

Prodotto scalare fra due vettori. $\vec{A} \cdot \vec{B}$
Il risultato è uno scalare: $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$.
Il prodotto è nullo se θ=90°, >0 se θ<90° e <0 se θ>90°.
Proprietà commutativa: $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

Proprietà distributiva: $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}+\vec{C}\right)=\vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C}$

Prodotto vettore fra due vettori. $\vec{A}\times\vec{B}$

Il prodotto è un vettore, di modulo pari a $AB\sin\theta$, direzione perpendicolare ad A e B, verso dato dalla regola della mano destra. Il prodotto vettore è nullo se A e B sono paralleli (θ=0° o 180°).

Proprietà *anticommutativa*: $\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$

Proprietà distributiva: $\vec{A}\times\left(\vec{B}+\vec{C}\right)=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$

Parte 3. Cinematica 2D (e 3D).

Il moto si può descrivere usando le coordinate spaziali x,y,z: è come avere 3 moti 1D x(t), y(t), z(t). Si può descrivere nel formalismo vettoriale.

posizione: indicata dal vettore posizione $\vec{r}$

velocità media: $\langle\vec{v}\rangle=\dfrac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

velocità istantanea: $\vec{v}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=v\vec{\tau}$ v è il modulo e τ il versore tangente.

accelerazione media: $\langle\vec{a}\rangle=\dfrac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}=\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

accelerazione istantanea: $\vec{a}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

Moto circolare uniforme (visto come moto 2D) su una circonferenza di raggio R: $a=\omega^2 R=\dfrac{v^2}{R}$ in modulo e $\vec{a}=\dfrac{v^2}{R}\vec{n}$ con **n** versore centripeto (normale).

Moto rettilineo: $\vec{a}=\dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}=a\vec{\tau}$

Moto generico: $\vec{a}=\dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}+\dfrac{v^2}{R}\vec{n}=\vec{a}_T+\vec{a}_C$ Qui R è il "raggio di curvatura".

Moto dei proiettili. Si descrive mediante le coordinate x(t), y(t).

$$\begin{cases} x(t)=x_0+v_{0X}t \\ y(t)=y_0+v_{0Y}t-\dfrac{g}{2}t^2 \end{cases}$$ moto uniforme lungo x, unif. vario (a=-g) lungo y.

Eliminando il tempo si ottiene
$$y=\frac{v_{0Y}}{v_{0X}}x-\frac{g}{2v_{0X}^2}x^2$$
$$y=\tan\theta\, x-\frac{g}{2v_0^2\cos\theta^2}x^2$$
(parabola)

essendo θ l'angolo della velocità iniziale rispetto all'orizzontale (alzo). In particolare, in un lancio su un piano orizzontale,

$x_G=\dfrac{2v_{0X}v_{0Y}}{g}=\dfrac{v_0^2}{g}\sin 2\theta$ gittata.

$h_{MAX}=y_{MAX}=\dfrac{v_{0Y}^2}{2g}=\dfrac{\left(v_0\sin\theta\right)^2}{2g}$ altezza massima della traiettoria.

Parte 4. Dinamica del "punto".

1° Principio: In assenza di cause esterne (forze) un corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

2° Principio: $\vec{F} = m\vec{a}$

- La massa si misura in kg, la forza in Newton: N = kg m s^{-2}. L'unità di massa (kg), con le unità di lunghezza (m) e di tempo (s) è una delle unità fondamentali del S.I.
- Legge vettoriale (sono 3 equazioni, lungo gli assi x, y e z).
- F è la forza totale agente sul corpo (somma vettoriale delle forze: risultante)
- Altra formulazione: $\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$ essendo **q**=m**v** la quantità di moto.

3° Principio: $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$

Se il corpo A subisce una forza $\mathbf{F_A}$ dovuta al corpo B, su B agisce una forza $\mathbf{F_B} = \mathbf{-F_A}$ dovuta la corpo A ("principio di azione e reazione").

Abbiamo visto le seguenti forze.

1. **Reazione normale** di un piano d'appoggio (N)
2. **Tensione di un filo** (T). Uguale in modulo lungo tutto il filo se questo è ideale.
3. **Attrito statico**: $f_S \leq \mu_S N$ (μ_S: coeff. di attrito statico, N reazione normale).
4. **Attrito dinamico**: $f_D = \mu_D N$ (μ_D: coeff. di attrito dinamico, tipicamente < f_S)
5. **Forza elastica** (di richiamo) di una molla: F=kx (x: spostamento dalla pos. di riposo)

a) **Forza peso**: P=mg *caso particolare della seguente*:

b) **Forza gravitazionale**: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (fra le masse m_1 e m_2 a distanza r, $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2). Attrattiva.

1-5 sono forze di contatto. **a-b** sono forze che agiscono a distanza.

Attenzione: le forze 1,2,3,4 sono reazioni vincolari: non sono mai date a priori, vanno determinate caso per caso.
<u>La forza centripeta non è una forza di natura particolare</u>. Di volta in volta è costituita da una (o più delle forze precedenti).

Casi particolari. Moto armonico di un corpo soggetto a forza elastica.
Massa *m* vincolata all'estremo libero di una molla di costante elastica *k*. In assenza di altre forze (ad es. su un piano orizzontale liscio) il moto della massa m è *armonico*, e si può scrivere nella forma $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$ dove A è l'<u>ampiezza</u>, ω la <u>frequenza ciclica</u> e ϕ la <u>fase iniziale</u>. In particolare $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ e vale la relazione $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Come nel moto circolare uniforme, vale anche qui la relazione $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Il moto armonico può presentarsi anche con forze diverse, tipicamente nel caso di piccole oscillazioni.

Casi particolari. Piccole oscillazioni di un pendolo semplice di lunghezza ℓ.

Per piccole oscillazioni, il moto del pendolo è armonico con periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$,

Casi particolari. Pianeta (o satellite) in orbita circolare.

Un pianeta in orbita circolare intorno ad una stella di massa M, a distanza r dalla stessa, si muove di moto circolare uniforme, il cui periodo si può facilmente ricavare considerando che la forza centripeta è costituita dalla forza gravitazionale (Legge di gravitazione universale).

Parte 5. Moti relativi.

Se O e O' sono due osservatori (con gli associati sistemi di riferimento) e O' si muove rispetto ad O, le velocità e accelerazioni osservate da O e O' sono diverse.

Supponiamo che *O sia un osservatore inerziale.*

Caso di moto traslatorio di O' rispetto ad O. $\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_{O'} + \vec{v}' \\ \vec{a} = \vec{a}_{O'} + \vec{a}' \end{cases}$ ovvero $\begin{cases} \vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_{O'} \\ \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_{O'} \end{cases}$

Il prodotto $-m\boldsymbol{a}_{O'}$ rappresenta una forza fittizia: forza sperimentata dall'osservatore O' dovuta però solo al suo moto e non ad una interazione fisica.

Caso di moto rotatorio uniforme (e corpo fermo nel sistema O' rotante).

La forza fittizia è la forza centrifuga: $F = m\omega^2 R = m\frac{v^2}{R}$ opposta alla (vera) forza centripeta.

Parte 6. Sistemi di punti materiali.

Centro di massa di 2 punti sull'asse x. $x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$.

Se i due punti si trovano a distanza ℓ, il cdm si trova fra i punti a distanza $d_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\ell$ da m_1 e $d_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\ell$ da m_2.

Nello spazio 3D, se m_1 e m_2 hanno coordinate (x_1,y_1,z_1) e (x_2,y_2,z_2) il cdm è in:

$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ $\quad y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$ $\quad z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$

La **definizione generale**, vettoriale, per N punti, è:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ...m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + ... + m_N} = \frac{\sum_{k=1}^{N} m_k\vec{r}_k}{\sum_{k=1}^{N} m_k} = \frac{1}{m_{TOT}}\sum_{k=1}^{N} m_k\vec{r}_k$$

Def. Quantità di moto di un punto materiale di massa m e velocità $\vec{v}$: $\vec{p} = m\vec{v}$.

La **quantità di moto di un sistema** è $\vec{p}_{TOT} = \sum_{k=1,N}\vec{p}_k$

Proprietà del centro di massa:

- Se il sistema (corpo) ha un asse di simmetria (o un piano di simmetria, o un centro di simmetria o più d'uno) il cdm giace su questo. Questa proprietà consente di trovare il cdm di corpi geometrici semplici.
- Se un sistema è composto di 2 o più sottosistemi, si può ridurre il calcolo del cdm a quello di 2 o più punti materiali, ognuno dei quali ha la massa di un sottosistema e si trova nella posizione del cdm del sottosistema.

Teorema del moto del centro di massa. $m_{TOT}\vec{a}_{CM} = \vec{F}_{EST}$
dove m_{TOT} è la massa totale del sistema e F_{EST} è la risultante delle forze esterne.

Teorema della quantità di moto: $\vec{F}_{EST} = \frac{d\vec{q}_{TOT}}{dt}$

Caso di **sistema isolato** ($\mathbf{F}_{EST}$=0) $\begin{cases} \vec{a}_{CM} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \text{cost.} \\ \vec{p}_{TOT} = \text{cost.} \end{cases}$

moto uniforme del cdm, conservazione della quantità di moto. Applicazione:
urto totalmente anelastico (cioè le due masse procedono unite dopo l'urto). (m_1 con vel. iniziale v_1, m_2 inizialmente ferma). Se il sistema è isolato: $v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$

Momento di una forza. Data una forza F applicata nel punto P, si definisce momento di F rispetto al punto (o al polo) O la quantità:
$\vec{\tau} = \overrightarrow{OP} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$ in modulo: $\tau = rF\sin\theta = Fb = rF_{\perp}$
τ ha direzione ortogonale al piano individuato da r e F ed il verso definito dalla regola della mano destra. b è il **braccio della forza**, $F_{\perp}$ la componente di F ortogonale ad OP.
Momento angolare (momento della quantità di moto, rispetto al polo O):
$\vec{L} = \overrightarrow{OP} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p}$ direzione e verso come per il momento della forza.

Teorema del momento angolare per un punto materiale: $\vec{p} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Teorema del momento angolare per un sistema di punti materiali: $\vec{\tau}_{EST} = \frac{d\vec{L}_{TOT}}{dt}$

$\boldsymbol{\tau}_{EST}$ è il momento totale (somma vettoriale) delle forze esterme, $\mathbf{L}_{TOT}$ la quantità di moto totale. In un sistema isolato $\mathbf{M}_{EST}$=0, quindi $\mathbf{L}_{TOT}$ è costante.

Parte 7. Corpo rigido.

Corpo rigido con asse di rotazione fisso. Considerando le componenti lungo l'asse:
$L = I\omega$ (**momento angolare di un CR con asse fisso**).
I è il **momento d'inerzia**: $I = \sum_K m_K r_K^2$ dove r_k è la *distanza di m_k dall'asse.*

Il momento d'inerzia si misura in kg·m^2. E' una proprietà del corpo rigido.
Equazione di rotazione di un CR con asse fisso: $\tau = I\alpha$
Equazioni del moto generali di un corpo rigido:

$$m_{TOT}\vec{a}_{CM} = \vec{F}_{EST} \qquad \vec{\tau}_{EST} = \frac{d\vec{L}_{TOT}}{dt}$$

Sistemi di forze equivalenti. Dalle equazioni precedenti si ricave che sistemi di forze con la stessa risultante e lo stesso momento risultante sono equivalenti per un corpo rigido. Operazioni che trasformano un sistema di forze in uno equivalente:

- traslazione di una forza lungo la sua retta d'azione
- somma di due forze aventi lo stesso punto di applicazione
- aggiunta di due forze opposte con la stessa retta d'azione

Forza peso di un corpo rigido. Si può immaginare applicata nel centro di massa.

Equilibrio di un corpo rigido.

Si ha equilibrio solo se: $\vec{F}_{EST} = 0$ e $\vec{\tau}_{EST} = 0$.

In altre parole, in presenza di più forze esterne F_1, F_2, ..., si ha equilibrio se $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... = 0$ e $\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + ... = 0$.

Esempio: caso di 2 forze, F_1, F_2, di bracci b_1 e b_2: bisogna che i due momenti abbiano segno opposto e che $F_1b_1=F_2b_2$ (in modulo). Nel caso di una bilancia di bracci b_1 e b_2, che reggono masse m_1 e m_2 rispettivamente ciò implica $m_1b_1=m_2b_2$ (condiz. di equilibrio della bilancia).

N.B.: in presenza di vincoli conviene calcolare i momenti rispetto ad un punto del vincolo.

Parte 8. Lavoro-Energia.

Definizione. **Lavoro** di una <u>forza costante</u> **F** il cui punto di applicazione si sposta da A a B. $\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\theta$ dove $s = \left|\overrightarrow{AB}\right|$ $[L] = Nm = kg\frac{m^2}{s^2} = J$

(θ è l'angolo fra **F** e **AB**). Positivo, negativo o nullo a seconda dell'angolo θ. La formula rimane invariata anche se il tragitto non coincide con il segmento AB.

Lavoro di una forza qualsiasi: $\mathcal{L} = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$ In generale dipende dal tragitto.

Potenza media (in un tempo Δt): $\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\mathcal{L}}{\Delta t}$ $[P] = W = \frac{J}{s} = kg\frac{m^2}{s^3}$

Potenza istantanea: $\mathcal{P} = \frac{d\mathcal{L}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

Energia cinetica di un punto materiale, di massa m e velocità v: $K = \frac{m}{2}v^2$ $[K] = J$

L'energia cinetica di un sistema di N punti è: $K = \sum_{k=1,N} \frac{m_k}{2} v_k^2$.

Teorema dell'energia cinetica: $\mathcal{L} = \Delta K = K_f - K_i$

vale per qualsiasi sistema meccanico, purché si consideri il lavoro totale e l'energia cinetica del sistema.

Dipendenza del lavoro dal tragitto. *Forza peso, forza di gravitazione universale, forza elastica,* hanno la proprietà che il lavoro dipende solo dal punto iniziale e dal punto finale, non dal tragitto. Si dice che sono **forze conservative**.
Attrito dinamico e attrito viscoso: il lavoro dipende dal tragitto: forze non conservative.

Energia potenziale. Se una forza è conservativa, si definisce l'energia potenziale W:
$U_A - U_B = -\Delta U = L_{AB}$ Definita a meno di una costante.

Esempi di energia potenziale.
Forza gravitazionale "costante" (peso): $U = mgh$ (h: quota rispetto al livello di riferimento)

Forza gravitazionale (Gravitaz. universale): $U = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$

Forze elastica (molla di cost. k, con allungamento x): $U = \dfrac{k}{2}x^2$

Energia meccanica. Si definisce energia meccanica la somma di energia cinetica e potenziale: $E = K + U$

Conservazione dell'energia meccanica.
In presenza di sole forze conservative $E_f = E_i$ cioè E=costante.

Non conservazione dell'energia meccanica in presenza di **forze non conservative**.
In presenza di forze non conservative l'en. meccanica non è più costante: $\Delta E = L_{NC}$
ovvero $L_{NC} = E_f - E_i = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$, cioè $L_{NC} = \Delta E = \Delta K + \Delta U$

Parte 9. Fluidi in equilibrio (Idrostatica)

Pressione: $p = \dfrac{F_N}{S}$ (componente normale della forza / superficie). $[p] = \dfrac{N}{m^2} = \text{Pa}$
Altre unità utilizzabili: 1bar=10^5 Pa, 1mbar=100Pa
Densità assoluta: $\rho = \dfrac{m}{V}$ $[\rho] = \dfrac{kg}{m^3}$

Densità relativa: $\rho_R = \dfrac{\rho}{\rho_0} = \dfrac{m}{m_0}$ (relativa all'acqua a 4°C).
In un fluido in equilibrio le forze agenti su una superficie sono normali ad essa.
La pressione in un fluido in equilibrio è isotropa (stesso valore in tutte le direzioni: scalare).
Legge di Stevino: $p = p_0 + \rho gh$ valida per un liquido incomprimibile.
p_0 è la pressione sulla superficie libera e h è la profondità (oppure p_0 è la pressione in un punto e h è la profondità rispetto a quel punto).
Applicazioni: vasi comunicanti, manometro, barometro.
Legge di Pascal (per liquidi incomprimibili): una variazione di pressione in un punto del liquido si trasmette uguale in ogni punto dello stesso. Applicazione: torchio idraulico.

Legge di Archimede: su un corpo immerso in un fluido agisce una forza verso l'alto pari al peso del fluido spostato. E' la risultante delle forze di pressione. (In un sistema di rif. con accelerazione a_S la "spinta di Archimede" è pari al peso del fluido spostato più la forza apparente $\vec{F}' = -m\vec{a}_S$, in un sistema in rotazione la "forza centrifuga").

Parte 10. Fluido ideale in movimento.

Definizioni da ricordare: linea di flusso, tubo di flusso, flusso laminare, flusso turbolento o vorticoso.

Flusso volumico o portata: $Q = \frac{dV}{dt} = S_N v = Sv\cos\theta \quad [Q] = \frac{m^3}{s}$. Volume di fluido che attraversa una superficie S nell'unità di tempo (S_N: componente della superficie ortogonale alle linee di flusso).

Flusso di massa o portata in massa: $Q_M = \frac{dm}{dt} = \rho S_N v = \rho Q \quad [Q] = \frac{m^3}{s}$

Equazione di continuità: in <u>regime stazionario</u>, in un tubo di flusso, la portata in massa è costante: $\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$ Se la densità è costante: $S_1 v_1 = S_2 v_2$

Teorema di Bernoulli. Valido per un <u>fluido ideale</u> (non viscoso), <u>incomprimibile</u>, in <u>regime stazionario</u>.

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

dove "1" e "2" sono punti arbitrari. In altre parole: $p + \rho g y + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{cost}$

Applicazioni: tubo di Venturi, Teorema di Torricelli, sifone.

Parte 11. Fluido reale in movimento. Viscosità.

Definizione: $F = \eta S \frac{dv}{dy}$ è la forza necessaria per trascinare una superficie S se la velocità del fluido intorno ad S varia di dv su uno spazio dy.

η **viscosità** o coefficiente di viscosità. $[\eta] = \frac{kg}{ms} = \text{Pa s}$

Alla viscosità si deve attribuire la "**perdita di carico**": differenza di pressione Δp agli estremi di un tubo attraversato da un flusso Q.

In questi casi si ha una **potenza dissipata** pari a $\mathcal{P} = Q\Delta p$

Legge di Poiseuille (per un <u>fluido viscoso</u> in un <u>tubo cilindrico</u> in <u>regime laminare</u>).

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{\Delta p}{\ell} R^4$$

dove Q è la portata, Δp la perdita di carico, ℓ la lunghezza e R il raggio del tubo.

Caratterizzazione del tipo di flusso. Mediante il **numero di Reynolds**: $\mathcal{R} = \frac{\rho v d}{\eta}$ (numero puro). ρ è la densità del fluido, v una velocità, d una dimensione caratteristica, η la viscosità del fluido.

Nel caso di flusso in un **tubo cilindrico** v è la velocità media del fluido e d il diametro. Si trova che il flusso è laminare se R<1000, vorticoso se R>3000, altrimenti si dice di transizione. Si assume $\mathbf{R_C=2400}$ (numero di Reynolds critico).

Nel caso di una **sfera in moto in un fluido** v è la velocità della sfera rispetto al fluido e d il diametro della sfera. In questo caso $\mathcal{R}_C$=0.2, ma in pratica si può usare $\boldsymbol{\mathcal{R}_C=1}$.

Forza agente su un corpo in moto in un fluido.
Bassa velocità ($\mathcal{R}<\mathcal{R}_C$=1): $F = k\eta\ell v$ Per una sfera: $F = 6\pi\eta R v$ (**legge di Stokes**)
Alta velocità ($R \gg R_C$): $F = \frac{1}{2} c\rho S v^2$ dove r è la densità del fluido, S la proiezione del corpo su un piano ortogonale alla velocità e c un coefficiente numerico che dipende dalla geometria (c=0.5 per una sfera).

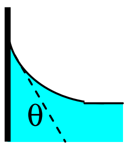
Similitudine dinamica. Per poter confrontare le forze agenti su un sistema e quelle di un modello in scala è necessario che abbiano lo stesso numero di Reynolds.

Sedimentazione. La forza viscosa aumenta con la velocità: se soggetto ad una forza esterna costante il corpo tende a raggiungere una velocità limite.
Per una particella sferica di raggio r, in moto laminare ($\mathcal{R}$<1), $v_L = \frac{2}{9}\frac{(\rho - \rho_F) g r^2}{\eta}$
dove ρ è la densità della particella e ρ_F quella del fluido. In questa formula un risultato positivo vuol dire v_L in giù, e viceversa.
In presenza di forze centrifughe tipicamente l'accelerazione centrifuga $\omega^2 r \gg g$, quindi nei casi pratici, basta sostituire $g \rightarrow \omega^2 r$ nella formula precedente.

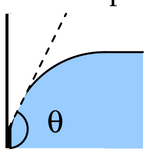
Parte 12. Tensione superficiale, capillarità

Le forze di coesione fra le molecole di un liquido fanno sì che questo tenda a rendere minima la sua superficie libera. In conseguenza di ciò, **il fluido esercita una forza** (di tensione superficiale) lungo il perimetro della superficie libera, tangente alla stessa e diretta verso il fluido. $F = \sigma \ell$ dove σ è il coeff. di **tensione superficiale** (o tensione superficiale) misurato in N/m.
Analogamente, il lavoro necessario per aumentare di dS la sup. libera è: $dL = \sigma dS$
Se S_L è la superficie libera di un liquido, si può associare ad essa un'energia potenziale pari a $U = \sigma S_L$

La competizione fra forze di coesione e di adesione del liquido al recipiente fa sì che la sup. libera del liquido formi un certo angolo con la parete del recipiente stesso.



θ<90° (liquido bagna)



θ>90 (liquido non bagna)

Legge di Laplace. La pressione ai due lati di una superficie curva è diversa. In particolare, per una superficie sferica, si trova:

$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$ Differenza di pressione fra interno ed esterno di una goccia di liquido.

$\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$ Differenza di pressione fra interno ed esterno di una bolla di liquido (la lamina liquida ha 2 superfici). La pressione è sempre maggiore dal lato concavo.

Salita capillare (legge di Jurin). In un tubo di piccolo diametro (capillare) la legge dei vasi comunicanti è violata. A causa della tensione superficiale, il liquido sale nel tubicino di raggio r di una quantità $h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}$.

ρ è la densità del liquido e θ l'angolo che forma con la parete del tubo. La formula vale sia per liquidi che bagnano (θ<90°), che per liquidi che non bagnano (θ>90°). In questo caso h<0: abbassamento.

Parte 13. Elettrostatica.

Forza fra 2 cariche puntiformi q_1 e q_2 a distanza r.

$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$ in modulo (**Legge di Coulomb**).

con $k = 8.9876 \cdot 10^9\, Nm^2/C^2$, mentre $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2 = F/m$ è la costante dielettrica del vuoto. La forza è attrattiva fra cariche di segno opposto, altrimenti repulsiva. La carica elettrica si misura in Coulomb: C=As.

In termini vettoriali, la forza che agisce su q_2 è:

$\vec{F}_2 = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$ dove r_{12} è il versore che punta da q_1 a q_2.

Le formule date valgono nel vuoto; in un "mezzo" si deve sostituire ε_0 con $\varepsilon_0\varepsilon_R$ essendo ε_R la costante dielettrica relativa (ε_R=1 nel vuoto)

Principio di sovrapposizione: in presenza di N cariche q_1, ... q_N, la forza agente su una carica di prova q_0 vale: $\vec{F} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + ... + \vec{F}_{N0} = \sum_{k=1,N}\vec{F}_{k0}$

Dipolo elettrico. Dato un sistema di due cariche +q, -q, a distanza d, si definisce dipolo elettrico la quantità $\vec{p} = q\vec{d}$, essendo $\vec{d}$ il vettore spostamento da -q a +q.

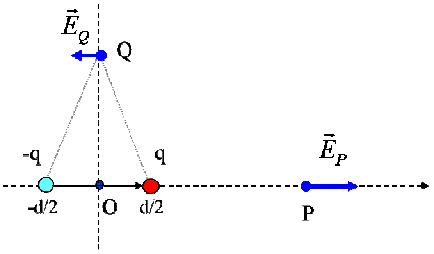
Campo elettrico. Se una carica "di prova" q_0 posta in un punto, è soggetta ad una forza elettrostatica F, si definisce campo elettrico in quel punto il rapporto: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$.

Campo elettrico generato da**:**

carica puntiforme q in un punto a distanza r: $E = k\frac{q}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$

distribuzione di cariche q_k: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1,N} \frac{q_k}{r_k^2} \hat{r}_k$ essendo $\vec{r}_k$ il raggio vettore che congiunge la carica q_k con il punto in cui si calcola **E**, e $\hat{r}_k$ il suo versore.

dipolo elettrico $\vec{p}$.



nella direzione del dipolo: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p}{r^3}$

in direzione ortogolale al dipolo: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3}$

anello unif. carico, con carica Q e raggio R, a distanza z dal centro, lungo l'asse:
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qz}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$

disco unif. carico, con densità superficiale di carica σ e raggio R, a distanza z dal centro, lungo l'asse: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)$

piano "infinito" unif. carico, con densità superficiale di carica σ, a qualsiasi distanza: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Energia potenziale elettrica.
La forza elettrostatica è conservativa, è quindi possibile definire un'energia potenziale elettrica. Esempi:

Sistema di due cariche q_1 e q_2 a distanza r: $U = k\frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$

Lo si può interpretare come energia potenziale della carica q_1 nel campo della carica q_2, o viceversa, o meglio ancora come l'energia potenziale del sistema q_1 e q_2.

Energia pot. di una carica q_0 **dovuta a N cariche** q_k: $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1,N} \frac{q_k q}{r_k}$

Energia di un **dipolo elettrico in un campo elettrico E**: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
In un campo elettrico uniforme la forza agente sul dipolo è nulla,, mentre il **momento** è dato da: $\tau = \vec{p} \times \vec{E}$

Potenziale elettrico.
Se una carica di prova q_0 ha energia potenziale U in un punto, si definisce potenziale elettrico in quel punto, il rapporto $V = \frac{U}{q_0}$.

Dalla definizione $U = q_0 V$.   Si misura in Volt: V=J/C. **Potenziale generato da**:

una **carica puntiforme q** in un punto a distanza r: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

un **sistema di N cariche puntiformi** in un punto che dista r_1, r_2, ... dalle cariche q_1, q_2 ecc. $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{k=1,N}\frac{q_k}{r_k}$.

anello unif. carico, con carica Q e raggio R, a distanza z dal centro, lungo l'asse: $V(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}}$

disco unif. carico, con densità sup. di carica σ, a distanza z dal centro, lungo l'asse: $V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2} - |z|\right)$

piano "infinito" unif. carico, con densità sup. di carica σ, a distanza z: $V(z) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}|z|$. Tutti definiti a meno di una costante additiva.

Il **lavoro del campo elettrico** su una carica q che passa dal punto A a B si può esprimere in funzione del potenziale elettrico: $L_E = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -q\Delta V = q(V_A - V_B)$

Il **lavoro fatto da una forza esterna** contro il campo elettrico è cambiare segno.

Se il campo elettrico **E**=0 in una regione, V è costante in quella regione, e viceversa. Infatti, dalla definizione di campo elettrico e di potenziale elettrico: $-q\vec{E}\cdot d\vec{s} = qdV$

da qui si ricava anche che **le superfici equipotenziali sono ortogonali al campo elettrico**.

Parte 14. Conduttori in un equilibrio elettrostatico. Condensatori.

Il campo elettrico è nullo in un conduttore in equilibrio. Quindi il conduttore è equipotenziale, quindi **E** è ortogonale alla superficie del conduttore.
Flusso di **E** attraverso una superficie S: $\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot\vec{n}dS$

Se S è una superficie piana ed E è uniforme su S $\Phi_E = ES\cos\theta$, dove θ è l'angolo formato dal campo E con la normale alla superficie.

Teorema di Gauss. Se S è una superficie chiusa, il *flusso uscente* vale: $\Phi_E = \frac{q_{INT}}{\varepsilon_0}$

essemdp q_{INT} è la carica totale (con segno) contenuta in S.

Applicazioni:

Campo elettrico di una sfera uniformemente carica di raggio R. Detta Q la carica totale e ρ la densità volumica di carica, il campo elettrico è radiale e vale:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad (r > R)$$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \qquad (r < R)$$

Campo elettrico di una superficie sfericaa uniformemente carica di raggio R. Detta Q la carica totale e σ la densità superficiale di carica, il campo elettrico è radiale e vale:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad (r > R)$$

$$E(r) = 0 \qquad (r < R)$$

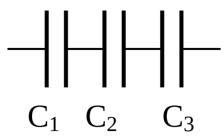
Notiamo che in entrambi casi, per r>R, il campo è quello di una carica puntiforme Q posta al centro della sfera.

campo elettrico presso una superficie conduttrice carica (densità sup. di carica, locale, σ). Il campo elettrico è ortogonale alla superficie e vale: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Condensatore.
Si dice condensatore l'insieme di 2 conduttori, con carica +Q e –Q rispettivamente e ddp V.

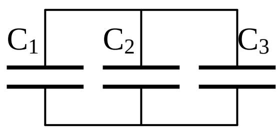
Capacità: $C = \frac{Q}{V}$ (C si misura in Farad: F)

La capacità è una proprietà geometrica: non dipende da Q e V. Per esempio, in un condensatore piano, con armature parallele di superficie S, a distanza d, riempito di un mezzo di cost. dielettrica relativa ε_R: $C = \varepsilon_0 \varepsilon_R \frac{S}{d}$



Capacità equivalente di più **condensatori in serie**:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$



Capacità equivalente di più **condensatori in parallelo**:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_N$$

Energia immagazzinata in un condensatore carico: $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

si tratta dell'energia potenziale elettrostatica delle cariche ivi contenute.

Densità di energia elettrica. Ad un campo elettrico **E**, nel vuoto, si associa una densità di energia: $u = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$ (in J/m^3); un elemento di volume d$\mathcal{V}$ ha quindi energia $dU = ud\mathcal{V}$

Parte 15. Corrente elettrica e campo magnetico.

Corrente elettrica: carica che attraversa una data superficie per unità di tempo: $i = \frac{dq}{dt}$ (si misura in Ampère, unità fondamentale S.I.) . La corrente elettrica ha il verso del campo elettrico applicato.

densità di corrente. Se i è la corrente attraverso la superficie S, allora $i = \vec{j} \cdot S\vec{u}$ dove $\vec{j}$ è la densità di corrente (misurata in A/m^2) e $\vec{u}$ il versore normale alla superficie S, orientato nel "verso positivo".
Se la corrente è dovuta al flusso di particelle di carica q, con velocità di deriva $\vec{v}_D$, vale la relazione $\vec{j} = nq\vec{v}_D$ (*n*: numero di cariche di conduzione per unità di volume).

Legge di Kirchoff dei nodi. Per la conservazione della la somma delle correnti entranti in un nodo è pari alla somma delle correnti uscenti: $\sum i_{k,in} = \sum i_{k,out}$

Generatore di forza elettromotrice. Per mantenere una corrente elettrica in un conduttore è necessario un **generatore** di forza elettromotrice (**f.e.m**) o di "tensione", che mantiene una differenza di potenziale ai suoi capi.
Per definizione, la f.e.m. di un generatore è la differenza di potenziale che si misura ai suoi capi quando questo è aperto (non circola corrente). La f.e.m. si misura in Volt; la indichiamo con $\mathcal{E}$.
Un **generatore ideale** mantiene una differenza di potenziale costante ai suoi capi, indipendentemente dalla corrente che lo percorre.

Potenza erogata da un generatore di f.e.m. $\mathcal{E}$, percorso da corrente i: $\mathcal{P} = \mathcal{E} i$

Tale **potenza** è positiva (potenza erogata) se $\mathcal{E}$ e *i* hanno lo stesso verso, altrimenti è negativa (potenza assorbita).

1^a Legge di Ohm. La differenza di potenziale ai capi di un conduttore è proporzionale alla corrente che lo percorre: $\Delta V = Ri$
La costante di proporzionalità R è detta **resistenza**, e misurata in Ohm ($\Omega = V / A$)
2^a legge di Ohm: la resistenza di un conduttore di lunghezza ℓ e sezione costante S vale $R = \rho \frac{\ell}{S}$ dove ρ, detta resistività, è una caratteristica del materiale (e della temperatura). Si misura in Ωm.

La **resistenza equivalente delle resistenze R$_1$, R$_2$ ... collegate in serie** è pari alla somma delle resistenze: $R_{eq} = \sum_k R_k$

La **resistenza equivalente delle resistenze R_1, R_2 ... collegate in parallelo** è data da:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$

Effetto Joule. Potenza dissipata su una resistenza R percorsa da corrente i: $\mathcal{P} = \Delta V i = R i^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$ essendo ΔV la differenza di potenziale.

Campo magnetico.

Forza agente su una carica in moto in un campo magnetico B: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Il campo magnetico è un <u>campo vettoriale</u> e si misura in Tesla (T). $\left[T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{N}{Am} = \frac{J}{Am^2}\right]$

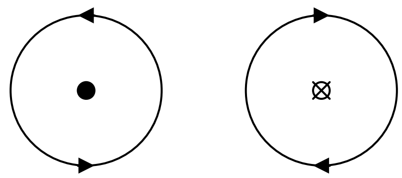
In un campo B uniforme, una particella di massa m e carica q, la cui velocità **v** è ortogonale al campo, si muove su una **circonferenza di raggio** $R = \frac{mv}{qB}$.

Forza agente su un filo percorso da corrente, di estremi A e B**, in un campo B uniforme**: $\vec{F} = i\overrightarrow{AB} \times \vec{B}$. *Se il filo forma un circuito chiuso*, F=0.

Sorgenti del campo magnetico sono le *correnti elettriche*.

Campo B generato da un filo rettilineo infinito, percorso da corrente i, a distanza r dal filo, vale $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$ dove $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A è la permeabilità magnetica del vuoto.

Direzione e verso sono dati dalla regola della mano destra: se il pollice da il verso della corrente, le dita danno direzione e verso di B. Le linee di forza sono cerchi aventi per asse il filo.



i uscente **i** entrante

Legge di Gauss per il campo magnetico: $\Phi_B = 0$. <u>Il flusso di B attraverso da una superficie chiusa è sempre nullo</u>. Ciò perché le linee di forza si chiudono su sè stesse, in ultima analisi perché non esistono "cariche magnetiche".

Parte 16. Induzione elettromagnetica. Cenni.

Se Φ_B è il flusso di B concatenato ad un circuito, e questo flusso varia nel tempo (o perché varia il campo o perché si sposta il circuito, o parte di esso) si osserva una **forza elettromotrice indotta** $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$.

Il segno meno si riferisce al fatto che la f.e.m. indotta è tale da opporsi alla causa che l'ha generata (ad es. se il flusso aumenta, tende a farlo diminuire, se il circuito si muove tende a frenarlo, ecc.).

Convenzione dei segni. Come sempre il segno ha senso solo se si stabilisce una convenzione. La regola è che il verso positivo lungo il circuito è legato al verso positivo del flusso dalla regola della mano destra (il pollice dà il verso positivo del flusso, le dita quello del circuito). Questi versi sono *convenzionali*: scelto arbitrariamente il verso positivo, la quantità in questione avrà segno positivo se concorde, altrimenti negativo. *La regola implica solo che il verso del flusso non si può scegliere indipendentemente da quello della f.e.m.*

Il flusso di B è definito, analogamente al caso del campo elettrico: $\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$

In questo caso però c'è una differenza fondamentale: si parla di una superficie non chiusa, delimitata dal circuito (in realtà una linea chiusa qualsiasi, indipendentemente dall'esistenza di un circuito). Non è necessario definire in modo più preciso la superficie *perché tutte le superfici delimitate dalla linea data sono attraversate dallo stesso flusso*. E' una conseguenza del teorema di Gauss per il campo magnetico.

Parte 17. Nuclei e decadimenti radioattivi (cenni).

Un "nuclide" si individua tramite il numero di protoni (Z) ed il numero di neutroni (N). Il numero di massa A=N+Z. Un dato nuclide si indica con la notazione: ${}_{Z}^{A}X_{N}$ dove X è il simbolo atomico. Spesso si omettono Z e N dato che si possono ricavare da A e X. Il raggio nucleare vale: $R \cong 1.2A^{1/3}\ fm$.

I decadimenti radioattivi considerati sono:

- decadimento α (emissione di un nucleo di ${}_{2}^{4}He_{2}$) ${}_{Z}^{A}X_{N} \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}X_{N-2} + {}_{2}^{4}He_{2}$
- decadimento β– : ${}_{Z}^{A}X_{N} \rightarrow {}_{Z+1}^{A}X_{N-1} + e + \overline{\nu}$
- decadimento β+ : ${}_{Z}^{A}X_{N} \rightarrow {}_{Z-1}^{A}X_{N+1} + e^{+} + \nu$

A questi decadimenti, in cui il nucleo cambia la sua identità, si deve aggiungere il decadimento gamma (γ) : emissione di radiazione E.M. di alta energia da parte di un nucleo eccitato.

Dato un campione contenente N nuclei radioattivi, il **numero di decadimenti al secondo** (**attività**) è: $A = \lambda N$ (λ: costante di decadimento, misurata in s^{-1}, è una caratteristica del nucleo considerato).

L'attivià si misura in Bequerel (Bq) che ha le dimensioni di una frequenza: s^{-1}.

Legge del decadimento radioattivo.

Se inizialmente sono presenti N_0 nuclei radioattivi, il numero di nuclei presenti dopo un tempo Δt è: $N(t) = N_0 e^{-\lambda \Delta t}$.

Si definisce tempo di dimezzamento ($t_{1/2}$) il tempo necessario affinché metà dei nuclei iniziali sia decaduto. Valgono le relazioni:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \qquad \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \qquad (\tau\text{: vita media})$$

Se il nucleo (1) decade in un altro nucleo radioattivo (2), il cui tempo di dimezzamento è molto minore del primo, si stabilisce fra di essi un equilibrio secolare: l'attività del primo è uguale all'attività del secondo: $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$ (**legge dell'equilibrio secolare**).

Questa relazione vale anche per lunghe serie di decadimento, purché tutti i tempi di dimezzamento siano molto minori del tempo di dimezzamento del nucleo padre. Esistono **tre serie radioattive naturali**, il cui progenitore è un nucleo a vita media lunga): ^{238}**U** ($t_{1/2} \cong 4.5 \cdot 10^9\, a$), ^{235}**U**($t_{1/2} \cong 0.7 \cdot 10^9\, a$), ^{232}**Th** ($t_{1/2} \cong 14 \cdot 10^9\, a$).