

ESPERIENZA N.2

Verifica sperimentale della legge degli urti elastici e anelastici

1.Introduzione

Lo scopo dell'esperienza è la verifica sperimentale delle leggi che regolano gli urti elastici e anelastici tra corpi rigidi, in pratica una verifica della conservazione della quantità di moto in un sistema isolato.

Nella fattispecie, si misura la velocità di un corpo (proiettile) che viaggia su una guida orizzontale praticamente senza attrito; successivamente si pone sulla guida un secondo corpo, che funge da bersaglio; la velocità di quest'ultimo viene misurata dopo l'urto e confrontata con la velocità iniziale del proiettile.

2. Descrizione dell'apparato sperimentale

L'apparato sperimentale coincide con quello utilizzato per l'esperienza precedente. In questo esperimento si utilizzeranno inoltre tutte e quattro le slitte disponibili, in particolare:

- La slitta con il magnete grande ad una estremità e una molla circolare all'altra fungerà da corpo proiettile per gli urti elastici;
- La slitta con i magnetini sottili alle estremità fungerà da corpo bersaglio per gli urti elastici;
- Le due slitte munite di magnete e velcro saranno utilizzate come proiettile e bersaglio per gli urti anelastici;

Si utilizzerà inoltre un disco, con un foro al centro, per aumentare la massa del bersaglio nel caso degli urti elastici.

N.B. Le quattro slitte e il disco hanno masse praticamente uguali, con scostamenti inferiori all'1%.

L'elettromagnete viene utilizzato per impartire alla slitta "proiettile" un impulso iniziale idealmente riproducibile: tenendo premuto il pulsante dell'elettromagnete, la slitta rimane agganciata; rilasciando il pulsante, la slitta è libera di muoversi con una certa velocità iniziale.

3. Operazioni sperimentali e presa dati

a) Si accende il compressore, regolandone la portata corrispondente alla posizione 2,5 o 3 della manopola. E' opportuno non modificare la posizione della manopola durante l'intera procedura di presa dati.

b) Si posizionano i traguardi delle fotocellule; verificare che quando la slitta passa per il primo traguardo il cronometro si avvia, e che quando passa per il secondo venga stoppato. Se ciò non avviene cambiare la posizione del commutatore "Start-Stop" sul cronometro.

c) Si mette la guida in posizione orizzontale, ponendo su di essa la slitta in posizione centrale e agendo sulla vite micrometrica finché la slitta, lasciata libera di scorrere, rimane in quiete. A questo punto si sblocca la ghiera alla base della vite micrometrica (mediante una piccola vite laterale) e la si ruota in modo che lo spigolo dell'asticella corrisponda alla tacca di riferimento sulla vite micrometrica.

AVVERTENZE

- ⚠ L'elettromagnete esercita una forza sul proiettile fino a circa 30-40 cm; è consigliabile, pertanto, che la slitta bersaglio e le fotocellule siano poste dopo questa distanza.

- ⤴ Si suggerisce una distanza tra le fotocellule compresa tra 5 e 12 cm (ad es. 10cm)
- ⤴ E' molto utile **mantenere la distanza invariata** quando si spostano le fotocellule
- ⤴ L'orizzontalità della guida si può perdere facilmente; si cerchi quindi di toccare il meno possibile la guida e il tavolo e di evitare di far urtare la slitta all'elettromagnete quando la si riporta indietro. Inoltre
- ⤴ **controllare l'orizzontalità della guida dopo ogni serie di misure**, e correggerla se è cambiata.

3.1 Urti elastici con masse uguali

Per questa parte dell'esperienza saranno utilizzate la slitta con la molla circolare, come proiettile, e la slitta con i magneti piccoli come bersaglio. Fotocellule **in posizione A** (iniziale).

Si effettui una serie di 30 misure del tempo di percorrenza del proiettile, verificando che i dati ottenuti non abbiano una dispersione eccessiva. Se avete a disposizione un computer, potete calcolare al momento la deviazione standard dei dati e verificare che l'errore relativo (ovvero deviazione standard / valore medio) sia inferiore all' 1%.

Si deve ora misurare la velocità del bersaglio dopo l'urto. A tal scopo, si sposti la coppia di fotocellule più a destra (**posizione B**), e si posizioni la slitta bersaglio in modo che l'estremità urtata coincida con il punto di mezzo delle posizioni precedenti delle fotocellule. Questo accorgimento permette di ridurre eventuali discrepanze (dovute ad attriti o pendenza della guida) tra la velocità alla quale il proiettile urta il bersaglio e la velocità misurata in precedenza.

N.B. Si faccia la massima attenzione nello spostare le fotocellule, per evitare di inclinare la guida.

E' importante che, prima che l'urto avvenga, la slitta bersaglio sia immobile sulla guida. Si fa quindi partire la slitta proiettile e si misura il tempo di percorrenza della slitta bersaglio. Si ripeta la misura 30 volte.

3.2 Urti elastici fra masse diverse

Si controlli che la guida sia ancora orizzontale e, nel caso, modificarne la pendenza.

Lasciare le fotocellule nella posizione precedente (**B**).

- Si modifichi ora la slitta bersaglio aggiungendo il disco di ottone (raddoppiando la massa).
- Si effettuino 30 misure come nel caso precedente, posizionando il bersaglio all'incirca a metà fra le posizioni precedenti delle fotocellule.

3.3 Urti anelastici

Ricontrollare nuovamente la pendenza della guida e fare eventuali aggiustamenti.

Per questa fase dell'esperienza si utilizzeranno come proiettile e bersaglio le due slitte con il velcro. Essendo la slitta diversa, e quindi diversa la resistenza dell'aria, conviene rimisurare il tempo di percorrenza del proiettile, quindi

3.

- si riportano le fotocellule in posizione A
- si effettuano 30 misure dei tempi di percorrenza del proiettile
- si spostano le fotocellule in posizione B
- si effettuano 30 misure dei tempi di percorrenza del bersaglio dopo l'urto; in questo caso le due slitte attaccate fra loro tramite il velcro;

N.B. Se la distanza tra le fotocellule è minore della distanza tra i pioli delle due slitte quando sono collegate, il cronometro si avvierà e si fermerà due volte durante una singola misura; si prenda,

come dato da registrare, il primo valore, in quanto al passare del tempo intervengono fattori che modificano la velocità (pendenza diversa da zero, attrito residuo, etc...). Per maggior comodità, si blocchi il treno delle due slitte con un fermo, in posizione tale che il piolo del proiettile non raggiunga la fotocellula di start (è questo uno dei motivi per limitare la distanza delle slitte a 12cm).

3.4 Urti anelastici fra masse diverse

Controllare che la guida sia ancora orizzontale e, nel caso, modificarne la pendenza.

Si modifichi ora la slitta bersaglio aggiungendo il disco di ottone
Ripetere le 30 misure come nel caso precedente.

4. Analisi dei dati

Per ogni serie di 30 misure, relative al tempo di percorrenza del proiettile o del bersaglio, si dovrà valutare

- il valore medio
- la sua deviaz. standard e la deviaz. standard della media
- l'errore massimo $(t_{max} - t_{min})/2$ (se una singola misura fosse molto diversa da tutte le altre conviene eliminarla, dichiarandolo nella relazione)

Quindi si calcoleranno:

- la velocità media
- la sua dev. standard
- il suo errore massimo

Per ogni urto (elastico con masse uguali, elastico con masse diverse; anelastico con masse uguali e diverse) si calcoli

- il rapporto fra velocità finale (del bersaglio) e iniziale (del proiettile) $R_{EX}=v_f/v_i$;
- la deviazione standard (σ_{REX}) e l'errore massimo (δR_{EX}) di tale rapporto;
- Si calcoli inoltre il rapporto teorico atteso (R_T) e, naturalmente
- deviazione standard (σ_{RT}) ed errore massimo (δR_T) di R_T .

Sono proprio questi rapporti su cui si basa il confronto con la teoria. Come decidere se il risultato sperimentale è in accordo con quello atteso?

Osserviamo anzitutto che se i due valori R_{EXP} e R_T sono compatibili, la loro differenza $\Delta R=R_{EXP}-R_T$ sarà compatibile con lo zero. Si procederà come segue:

calcolare la differenza $|\Delta R|=|R_{EXP}-R_T|$ fra rapporto teorico e sperimentale, in modulo

calcolare l'errore massimo $\delta \Delta R$ della differenza ΔR .

calcolare la deviazione standard $\sigma_{\Delta R}$ di ΔR .

Per cominciare, la differenza deve essere minore dell'errore massimo: $|\Delta R| < \delta \Delta R$. Teniamo presente che l'errore massimo è molto "conservativo", calcolato nell'ipotesi peggiore, sia per quanto riguarda i singoli errori di misura che sul modo in cui si propagano. Se la disuguaglianza precedente non è verificata vuol dire che proprio non c'è accordo. In tal caso sono possibili diverse spiegazioni, ad es. l'urto elastico (se di urto elastico si tratta) potrebbe non essere veramente tale, oppure la guida potrebbe essersi aver modificato la sua inclinazione nonostante i nostri controlli, l'attrito non è trascurabile, ecc.

Se la disuguaglianza precedente è verificata (dovrebbe esserlo sempre, ma non si sa mai), si procederà ad un confronto più raffinato che prende in considerazione la probabilità che, per puro caso, la differenza ΔR sia proprio quella osservata.

Si calcola il rapporto $\zeta=|\Delta R|/\sigma_{\Delta R}$. Se la differenza ΔR ha una distribuzione degli errori gaussiana, con deviazione standard $\sigma_{\Delta R}$, il rapporto ζ dovrebbe avere una distribuzione gaussiana con media

zero e dev. st. pari a 1. In generale la deviazione standard è solo stimata, e la grandezza ζ dovrebbe seguire la *distribuzione-t di Student*, ma nel nostro caso questa dovrebbe essere simile ad una gaussiana, come assumeremo.

Possiamo allora confrontare il rapporto ζ con la tabella seguente:

rapp. ζ	$p(r > \zeta)$ %	rapp. ζ	$p(r > \zeta)$ %
0,00	100,0	2,00	4,6
0,25	80,3	2,25	2,4
0,50	61,7	2,50	1,2
0,75	45,3	2,75	0,6
1,00	31,7	3,00	0,3
1,25	21,1	3,25	0,12
1,50	13,4	3,50	0,05
1,75	8,0	3,75	0,02

dove abbiamo in una colonna il rapporto ζ e in corrispondenza la probabilità (in %) che tale rapporto sia maggiore del valore trovato per cause puramente accidentali. Per esempio, c'è una probabilità del 4,6% che il rapporto ζ sia maggiore o uguale a 2. In pratica, se ζ è minore di 2 diremo che il rapporto teorico è compatibile con quello sperimentale, se è pari a 2 possiamo dire che la previsione teorica non è soddisfatta, con significatività del 5% circa. Se ζ è maggiore di 2,5 non è soddisfatta con significatività dell'1% circa, e a maggior ragione per valori ancora maggiori.

Naturalmente, un disaccordo con la teoria può avere molte spiegazioni: come detto sopra, può darsi che la guida non sia orizzontale, che gli attriti non siano trascurabili, che l'urto non sia esattamente come si pensa (ad es. non perfettamente elastico) ecc.

La relazione dovrà contenere:

- titolo, nomi degli autori e breve introduzione (scopo della misura e strumenti a disposizione)
- il numero del tavolo;
- Le posizioni delle fotocellule scelte per le misure dei tempi di proiettile e bersaglio, per ognuna delle fasi;
- le tabelle delle 30 misure per ognuna delle tre fasi dell'esperimento
- Le medie delle velocità misurate e relative deviazioni standard
- breve commento finale se opportuno;

La relazione dovrebbe essere un documento Word, o equivalente, comprensivo di tabelle e figure, e può essere inviata per posta elettronica

5. Esempio di analisi dati per l'urto elastico fra masse uguali.

Proiettile

start 60
 stop 70
 Δx 0,1000
 δx 0,00025

Bersaglio

start 65,6
 stop 75,6
 Δx 0,1000
 δx 0,00025

Le posizioni di start e stop sono in cm, lo spostamento Δx e l'errore massimo δx , stimato a 0,25mm, sono in metri.

Tabella dei tempi, media, deviazione standard e deviazione standard della media. Errore massimo stimato come $(T_{\max} - T_{\min})/2$. Esempio tratto da una misura reale (urto elastico con masse uguali).

Proiettile

Bersaglio

1	0,5452
2	0,5427
3	0,5430
4	0,5544
5	0,5533
6	0,5502
7	0,5436
8	0,5432
9	0,5446
10	0,5452
11	0,5462
12	0,5458
13	0,5376
14	0,5360
15	0,5354
16	0,5404
17	0,5380
18	0,5503
19	0,5441
20	0,5415
21	0,5394
22	0,5442
23	0,5410
24	0,5404
25	0,5464
26	0,5428
27	0,5434
28	0,5414
29	0,5430
30	0,5404

0,5374
0,5433
0,5457
0,5491
0,5434
0,5448
0,5439
0,5436
0,5434
0,5502
0,5514
0,5453
0,5444
0,5440
0,5480
0,5474
0,5455
0,5509
0,5420
0,5458
0,5439
0,5398
0,5432
0,5437
0,5458
0,5428
0,5416
0,5448
0,5494
0,5430

<T>	0,5434
σ_T	0,0045
$\sigma_{<T>}$	0,0008
δT	0,0095

0,5449
0,0032
0,0006
0,0070

Sono evidenziati i valori da utilizzare nei calcoli successivi: il tempo medio per calcolare la velocità, la dev.st. della media per propagare l'errore probabile, l'errore massimo per calcolare

l'errore massimo sulla velocità.

Velocità calcolate per proiettile e bersaglio, con errore massimo e deviazione standard (v. lucidi per la propagazione dell'errore); rapporto sperimentale $R_{EXP} = v_f/v_i$; rapporto teorico R_T e loro differenza, con relativo errore massimo e deviazione standard.

	proiettile		bersaglio
<v>	0,1840		0,1835
δv	0,0037		0,0028
σv	0,0003		0,0002
R_{EXP}	0,9973	R_T	1,0000
δR_{EXP}	0,0352	δR_T	0,0058
σR_{EXP}	0,0022	σR_T	0,0014
$R_{exp}-R_T$	0,0027		
$\delta \Delta R$	0,0410		
$\sigma_{\Delta R}$	0,0026		

In questo caso, chiaramente $\Delta R < \delta \Delta R$ (errore massimo) e $\zeta=1,06$; possiamo dire che l'accordo fra esperimento e teoria è soddisfacente.