

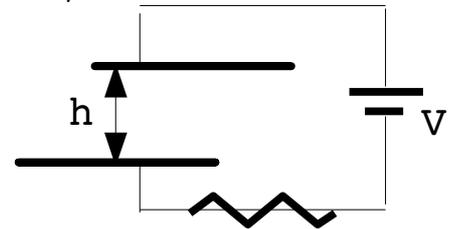
Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**I Problema** Sulla superficie di una sfera conduttrice di raggio  $r$  e' distribuita uniformemente della carica elettrica con densita'  $\sigma=10^{-4} \text{ C/m}^2$ . Un protone (massa  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ , carica  $e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ), posto ad una distanza  $d \gg r$  dall centro della sfera, e in moto verso di esso con velocita'  $v_0 = 3.5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , si ferma in prossimita' della superficie della sfera. Calcolare

- 1) Il valore di  $r$ .
- 2) La forza  $F_{cp}$  che la sfera esercita sul protone in prossimita' della superficie.

**II Problema** Le armature di un condensatore piano a sezione quadrata, di lato  $L=30 \text{ cm}$ , sono separate da una distanza  $h=2 \text{ mm}$ . Inizialmente le due armature si sovrappongono parzialmente per un'area di sezione  $\Sigma_0=600 \text{ cm}^2$  (figura). Il sistema e' mantenuto in equilibrio a contatto un generatore di forza elettromotrice costante  $V=450 \text{ V}$ , e resistenza complessiva  $R$ . Successivamente si lasciano scivolare lentamente le due armature fino a sovrapporsi completamente. Trascurando gli effetti di bordo, calcolare :

- 1) La carica  $\Delta Q$  complessivamente spostata dal generatore.
- 2) La variazione di energia elettrostatica  $\Delta U_E$  del condensatore.
- 3) L'energia dissipata per effetto Joule nella resistenza,  $W_R$  sapendo che nel processo e' stato speso un lavoro meccanico  $W_M = 10.5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ .



**III Problema** Un solenoide rettilineo di lunghezza  $d=50 \text{ cm}$  e raggio  $r=5 \text{ cm}$  consiste di  $N=500$  avvolgimenti. Il cavo del solenoide ha sezione  $\sigma=0.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ . Nel solenoide circola inizialmente una corrente  $i_0=2 \text{ A}$ . La resistenza complessiva del solenoide e'  $R_S = 565 \Omega$ . Approssimando il solenoide ad uno strumento ideale, ed equiparando il sistema ad un circuito RL, calcolare:

- 1) La resistivita'  $\rho$  del materiale di cui e' composto il cavo;
- 2) L'energia  $U_d$  che viene dissipata per effetto Joule scaricando il solenoide;
- 3) Il tempo  $t$  necessario perche' la corrente nel solenoide si riduca del 50%.

Quesito							Unita'
I.1 $r$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$5.7 \cdot 10^{-3}$	$9.2 \cdot 10^{-3}$	$14.8 \cdot 10^{-3}$	$26.5 \cdot 10^{-3}$	$32.3 \cdot 10^{-3}$	
I.2 $F_p$	$0.14 \cdot 10^{-12}$	$0.27 \cdot 10^{-12}$	$0.42 \cdot 10^{-12}$	$0.95 \cdot 10^{-12}$	$1.44 \cdot 10^{-12}$	$1.81 \cdot 10^{-12}$	
II.1 $\Delta Q$	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$2.6 \cdot 10^{-8}$	$5.9 \cdot 10^{-8}$	$7.5 \cdot 10^{-8}$	$9.0 \cdot 10^{-8}$	$1.4 \cdot 10^{-7}$	
II.2 $\Delta U_E$	$13 \cdot 10^{-6}$	$29 \cdot 10^{-6}$	$38 \cdot 10^{-6}$	$44 \cdot 10^{-6}$	$59 \cdot 10^{-6}$	$71 \cdot 10^{-6}$	
II.3 $W_R$	$0.6 \cdot 10^{-6}$	$0.9 \cdot 10^{-6}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$	$1.7 \cdot 10^{-6}$	$2.9 \cdot 10^{-6}$	$3.6 \cdot 10^{-6}$	
III.1 $\rho$	$0.4 \cdot 10^{-6}$	$0.7 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$7.5 \cdot 10^{-6}$	
III.2 $U_d$	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$9.9 \cdot 10^{-3}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	$7.7 \cdot 10^{-4}$	$4.1 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	
III.3 $t$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$3.5 \cdot 10^{-6}$	$6.0 \cdot 10^{-6}$	$7.6 \cdot 10^{-6}$	$11.2 \cdot 10^{-6}$	$26.4 \cdot 10^{-6}$	

## Soluzioni (I)

1. Conservazione energia:  $\Delta U_K = \Delta U_P$ ;  $\frac{1}{2} m_p v_0^2 = \frac{e q}{4 \pi \epsilon_0 r} = \frac{e 4 \pi \sigma r^2}{4 \pi \epsilon_0 r}$ ;  $r = \frac{\epsilon_0 m_p v_0^2}{2 e \sigma} = 5.7 \cdot 10^{-3} m$
2.  $F_p = e E = e \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 1.81 \cdot 10^{-12} N$

## II

1. Capacita' iniziale ( $C_0$ ) e finale ( $C_f$ ):  $C_0 = \frac{\epsilon_0 \Sigma_0}{h} = 2.7 \cdot 10^{-10} F$ ;  $C_f = \frac{\epsilon_0 L^2}{h} = 4.0 \cdot 10^{-10} F$ , quindi  $\Delta Q = Q_f - Q_0 = V(C_f - C_0) = 5.9 \cdot 10^{-8} C$
2.  $\Delta U_E = \frac{1}{2} V \Delta Q = 13.4 \mu J$
3. Il lavoro fatto dal generatore e' uguale alla somma della variazione di energia potenziale, piu' l'energia dissipata per effetto Joule, piu' il lavoro meccanico speso per frenare lo scorrimento della lamina:  
 $W_G = V \Delta Q = \Delta U_E + U_d + W_M (= 26.8 \mu J)$   
 $U_d = V \Delta Q - U_E - W_M = 2.94 \mu J$

## III

1.  $R = \rho \frac{l}{\sigma} = \rho \frac{2 \pi r N}{\sigma}$ ;  $\rho = \frac{R \sigma}{2 \pi r N} = 1.8 \cdot 10^{-6} \Omega m$ , dove  $l = 2 \pi r N$  e' la lunghezza complessiva del cavo del solenoide.
2. Coefficiente di autoinduzione:  $L = \mu_0 \frac{N^2}{d} \Sigma = \mu_0 \frac{N^2}{d} \pi r^2 = 4.94 mH$  dove  $\Sigma = \pi r^2$  e' l'area della sezione del solenoide. L'energia dissipata per effetto Joule nella scarica e' uguale all'energia immagazzinata dalla corrente:  $U_d = \frac{1}{2} L i^2 = 9.9 mJ$
3.  $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$ , dove  $\tau = L/R$ . Quindi  $\frac{1}{2} = \frac{i}{i_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ ;  $t = \tau \ln(2) = 6.05 \mu sec$