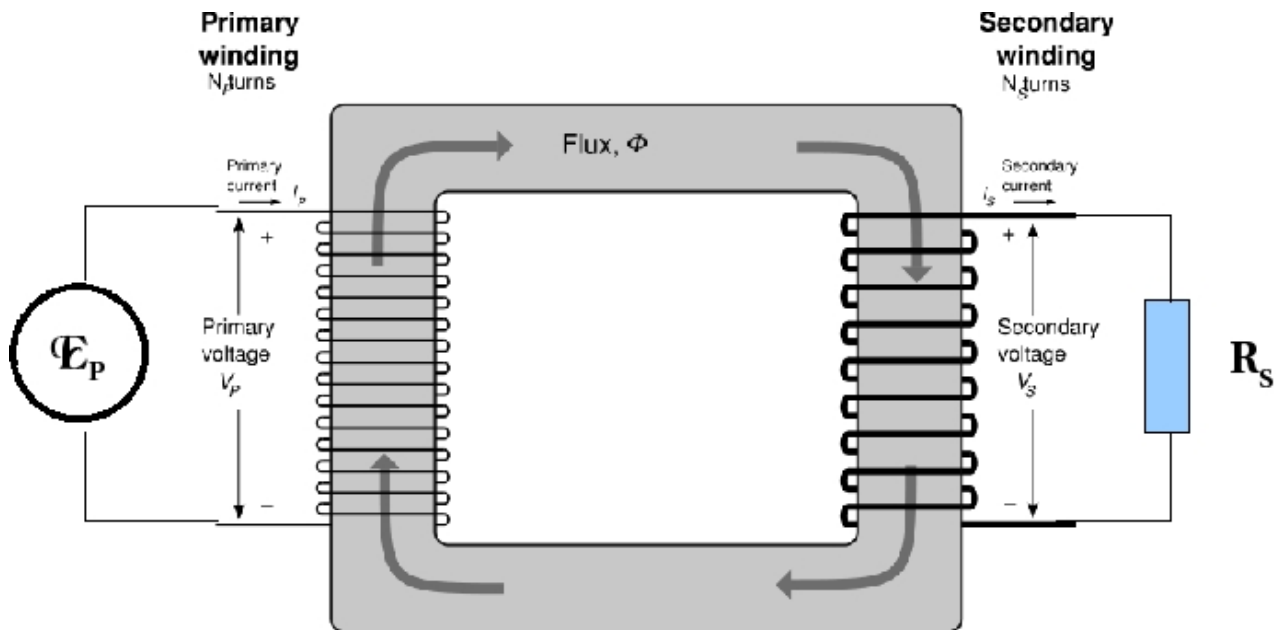


Il Trasformatore Ideale (integrazione del contenuto del libro di testo)



Supponendo che il primario e il secondario siano due solenoidi di uguale sezione, con un numero di avvolgimenti N_p ed N_s rispettivamente, avremo:

$$L_p = N_p^2 L_0$$

coefficiente di autoinduzione del primario

$$L_s = N_s^2 L_0$$

coefficiente di autoinduzione del secondario

$$M = \pm N_p N_s L_0$$

coefficiente di mutua induzione

se L_0 è il coefficiente di autoinduzione di una singola spira.

Vale dunque la relazione: $L_p L_s = M^2$

Il circuito è retto dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{aligned} E_p(t) - L_p \frac{\partial I_p}{\partial t} - M \frac{\partial I_s}{\partial t} &= 0 \\ 0 - L_s \frac{\partial I_s}{\partial t} - M \frac{\partial I_p}{\partial t} &= R_s I_s \end{aligned}$$

moltiplicando il secondo termine per L_p/M e sottraendolo dal primo trovo:

$$E_p + \frac{\partial I_s}{\partial t} \left(\frac{L_s L_p}{M^2} - 1 \right) M = -R_s I_s \frac{L_p}{M}$$

e poiché $L_s L_p / M^2 = 1$, si ha:

$$R_s I_s = -E_p \frac{M}{L_p} = \mp E_p \frac{N_s}{N_p} = E_s$$

ovvero il carico R_s risente di una forza elettromotrice E_s pari a quella del primario, riscaldata per il rapporto tra il numero di avvolgimenti nel secondario su quello nel primario. Osserviamo che tutto ciò avviene con un trasferimento netto di potenza dal primario al secondario senza dispersioni (tr. ideale).

Infatti sia $E_p(t) = E_0 \cos(\omega t)$, ossia $I_s(t) = \mp I_{0s} \cos(\omega t)$, con $I_{0s} = \frac{E_0}{R_s} \frac{N_s}{N_p}$.

Risolvendo il sistema di partenza, si trova la seguente espressione per $I_p(t)$:

$$I_p(t) = \frac{E_0}{\omega L_p} \sin(\omega t) + I_{0s} \frac{N_s}{N_p} \cos(\omega t)$$

La potenza erogata dal generatore è pertanto :

$$P = E_p I_p = \frac{E_0^2}{\omega L} \cos(\omega t) \sin(\omega t) + E_0 I_{0s} \frac{N_s}{N_p} \cos^2(\omega t).$$

La potenza mediamente impiegata si ottiene facendo la media temporale di questa

espressione. Osservando che $\overline{\sin(\omega t) \cos(\omega t)} = \frac{2\pi}{\omega} \int_0^{\frac{\omega}{2\pi}} \sin(\omega t) \cos(\omega t) dt = 0$ e

$\overline{\cos^2(\omega t)} = \frac{1}{2}$ si trova che :

$$\overline{P} = \frac{1}{2} E_0 I_{0s} \frac{N_s}{N_p} = R_s I_{s, eff}^2.$$

dove si è introdotta la corrente efficace $I_{s, eff} = \frac{I_{0s}}{\sqrt{2}}$. È dunque provato che la potenza mediamente impiegata dal generatore viene dissipata sotto forma di effetto Joule nella resistenza connessa al secondario.

In un trasformatore reale, in aggiunta al carico resistivo sul circuito primario, si deve considerare la dispersione di energia nel ferro, indotta dalle correnti di Foucault sviluppate a seguito dell'induzione nel ferro. Per minimizzare questo effetto, il ferro viene trafilato con delle lamine di materiale isolante.