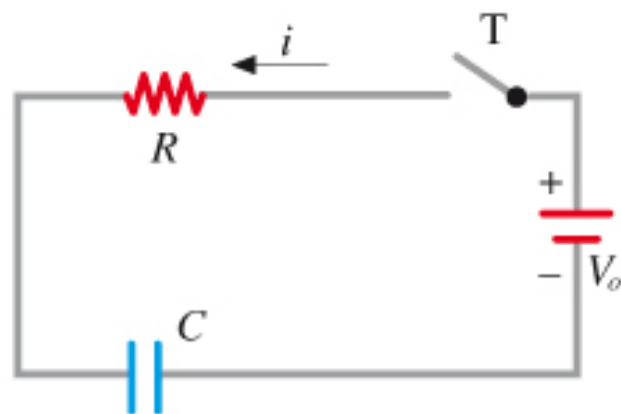


Circuiti RC



I circuiti RC hanno moltissime applicazioni nella vita quotidiana, sono infatti utilizzati per controllare la velocità dei tergicristalli, per regolare gli intervalli di accensione delle luci ai semafori, nei flash delle macchine fotografiche, nei peacemaker cardiaci...

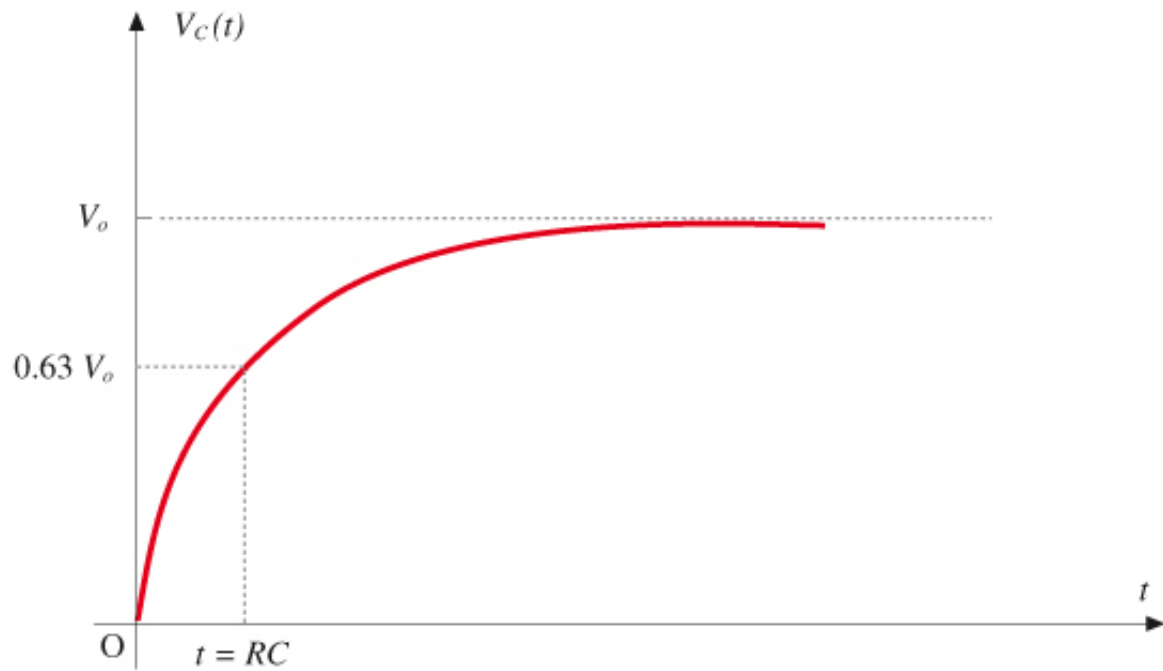
Quando chiudo l'interruttore T del circuito inizia a circolare corrente

$$i = \frac{V_0}{R}$$

Sulle armature del condensatore inizia ad accumularsi della carica che crea una ΔV tra le armature stesse, indichiamo questa differenza di potenziale con V_C . Analizzando il circuito si vede che

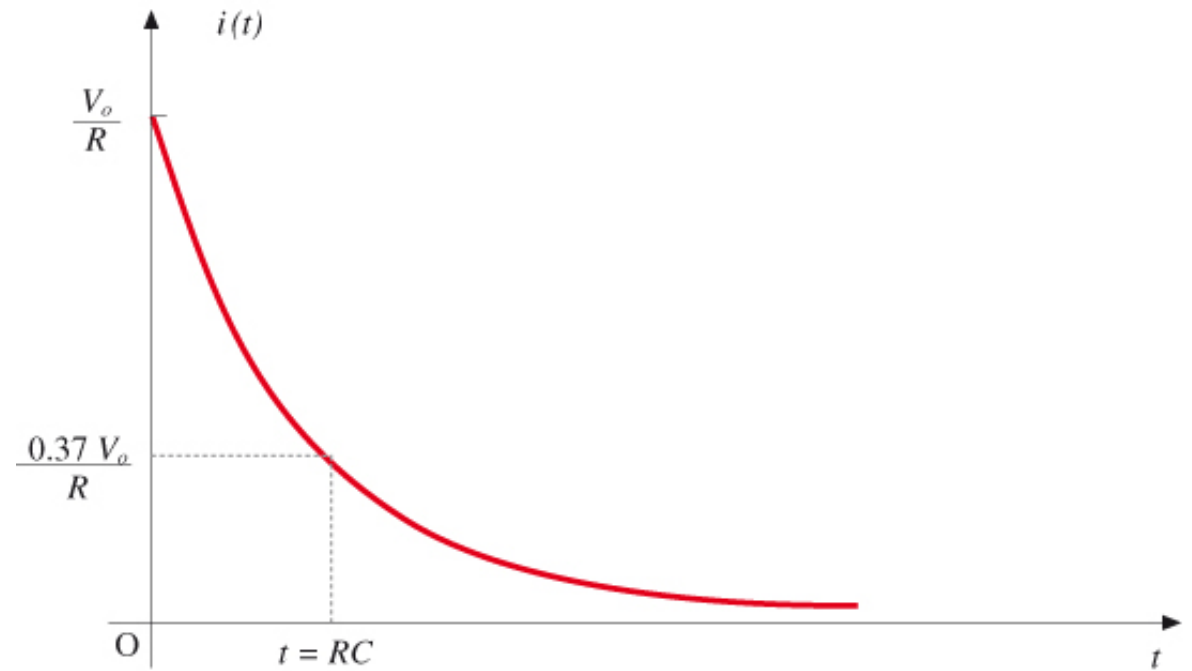
$$V_0 = V_R + V_C = Ri(t) + \frac{q(t)}{C}$$

All'aumentare della carica sulle armature la corrente nel circuito deve diminuire; quando il condensatore è carico, V_C ha il suo valore massimo pari a V_0 e la corrente è nulla.



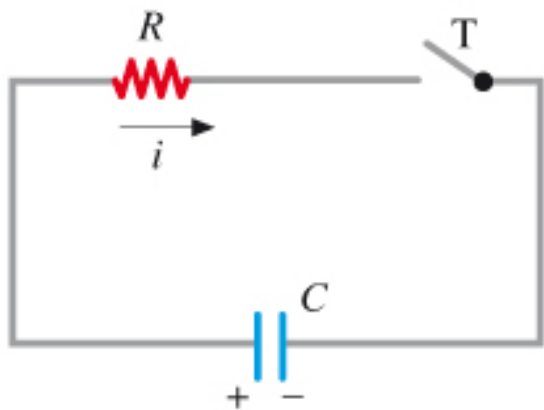
$$V_C(t) = V_0(1 - e^{-t/RC})$$

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-t/RC})$$

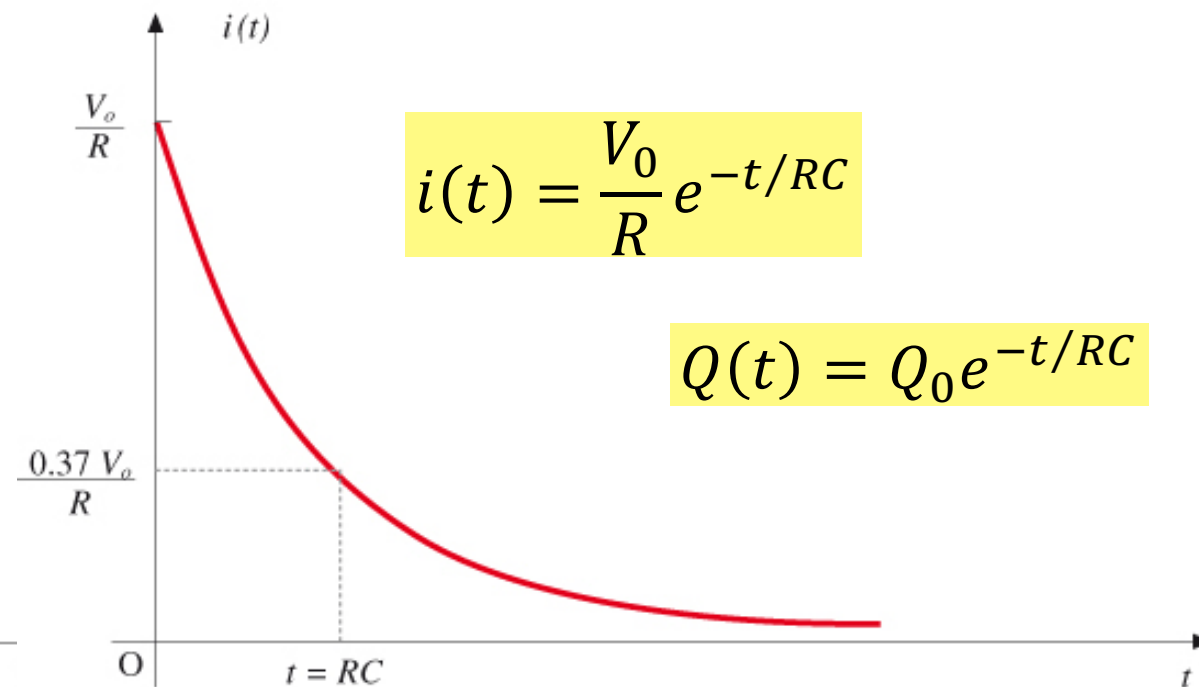
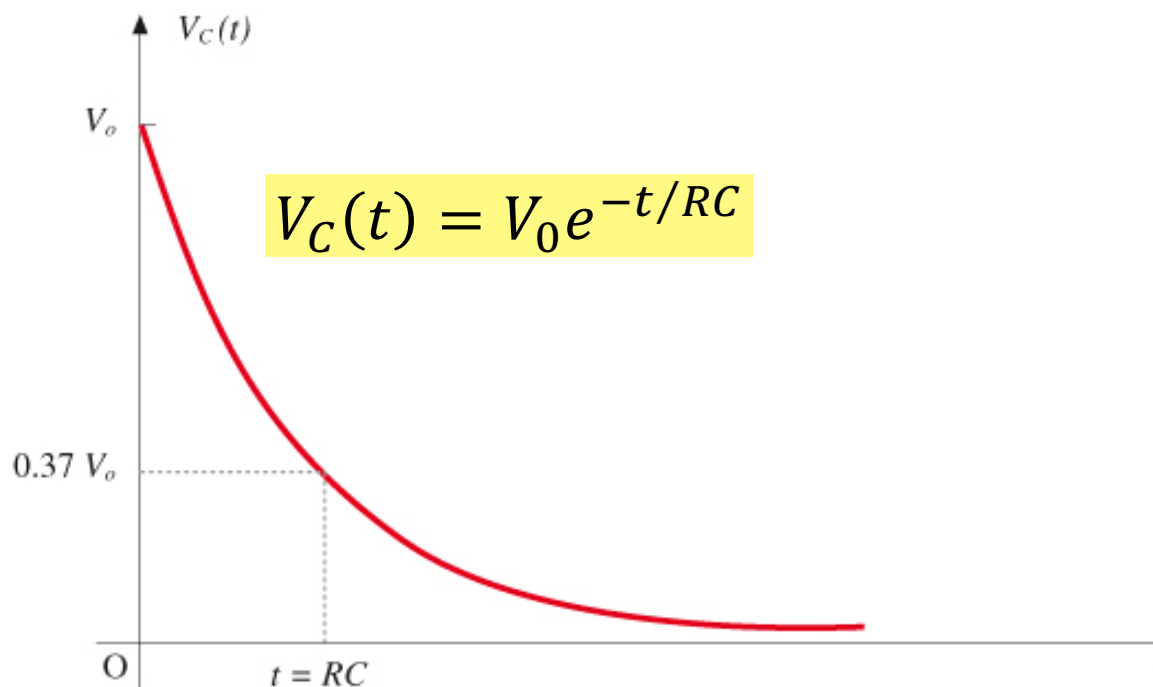


$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$$

RC è la costante di tempo del circuito che ci dice quanto rapidamente il circuito si carica.

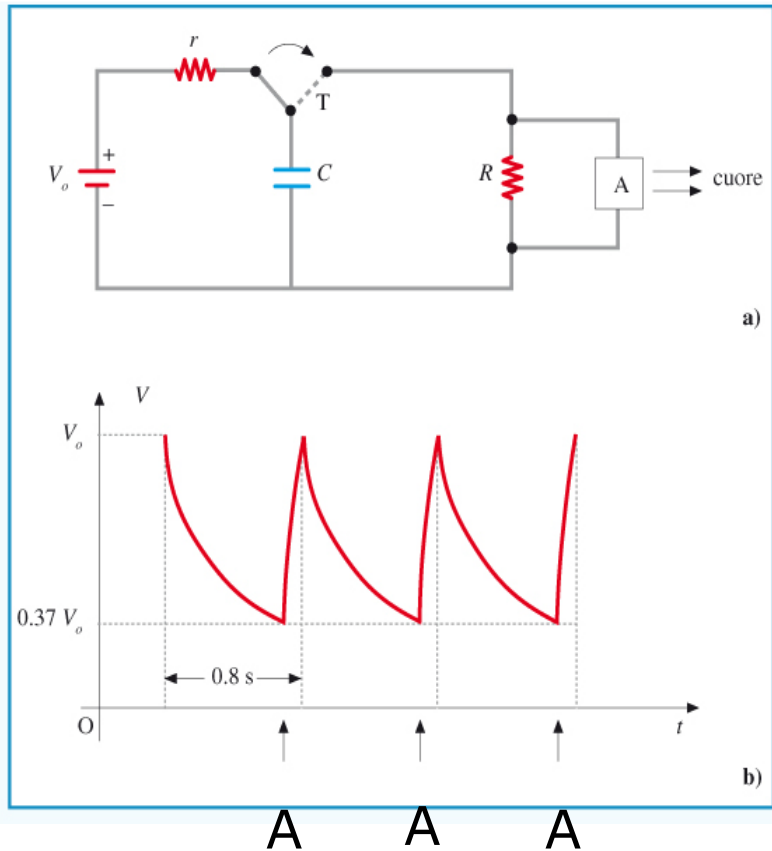


Chiudo l'interruttore e la corrente circola nel circuito, non essendoci più un generatore, la differenza di potenziale ai capi del condensatore si riduce nel tempo dato che c'è un flusso di cariche che tende a scaricare il condensatore. Quando il processo termina i , V e Q sono tutte nulle.



Il pacemaker

Ogni ciclo cardiaco inizia con un impulso elettrico di stimolazione da parte di alcune fibre nervose. Quando l'impulso non è regolare si interviene con un pacemaker impiantato chirurgicamente. Il circuito del pacemaker è alimentato da una batteria e invia impulsi analoghi a quelli delle fibre nervose. La frequenza con cui un pacemaker genera impulsi è di 75 impulsi/minuto, ciò avviene grazie ad un circuito in cui è presente una $C = 0.4 \mu\text{F}$, una resistenza di carica r molto piccola ed una di scarica più grande R . Quando la fase di scarica arriva a e^{-1} , 0.37 volte il valore iniziale di differenza di potenziale (d.d.p.), parte l'impulso successivo ed ha inizio un nuovo processo di carica.

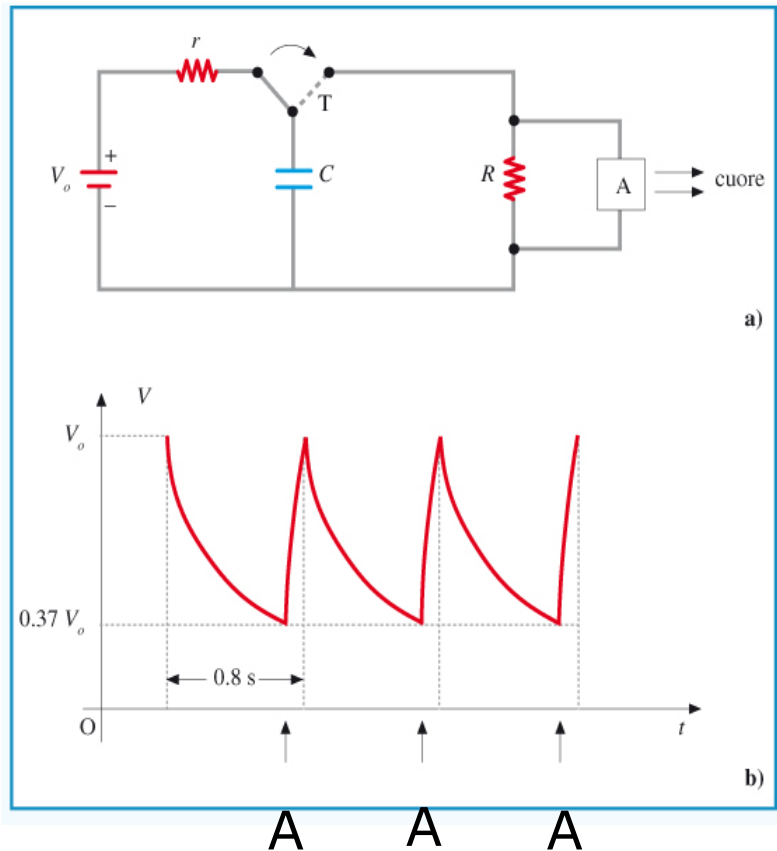


Calcoliamo $RC = \tau_{\text{scarica}}$ e il valore di R

$$75 \frac{\text{impulsi}}{\text{minuto}} = \frac{75}{60} = 1.25 \frac{\text{impulsi}}{s} \Rightarrow 1 \text{ impulso ogni } 0.8 \text{ s}$$

Quindi 0.8 s è all'incirca il tempo necessario per passare da V_0 a $0.37V_0$ (ovvero il tempo affinché il condensatore si scarichi fino a e^{-1}). Questa diminuzione di d.d.p. avviene in un tempo pari a $RC = \tau_{\text{scarica}}$ quindi

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0.8 \text{ s}}{0.4 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 2 \cdot 10^6 \Omega$$



Rischi legati all'elettricità

La corrente elettrica può arrecare danni al corpo umano ed essere letale. Ci sono due tipi di danni:

- la corrente riscalda i tessuti e provoca ustioni
- la corrente stimola muscoli e nervi, il cui funzionamento è di natura elettrica, e provoca una scossa.

La pericolosità della scossa dipende dall'intensità della corrente, dalla sua durata e dalla parte del corpo interessata, se la corrente attraversa il cuore o il cervello il rischio è particolarmente elevato.

intensità corrente

effetto

1 mA

dolore

>10 mA

contrazioni muscolari gravi, anche letali

>80 mA

se attraversa il busto e passa in parte nel cuore provoca contrazioni irregolari dei muscoli cardiaci impedendo un pompaggio regolare del sangue → fibrillazione ventricolare → morte

1 A

minore probabilità di morte, causano ustioni importanti

In realtà la causa prima del danno al tessuto è la d.d.p. che genera la corrente. Altro fattore importante è la resistenza dei tessuti. I tessuti biologici hanno resistenza molto bassa dato che il fluido contenuto nelle cellule è un buon conduttore. La cute, se ben asciutta, presenta una resistenza notevole e svolge un ruolo protettivo. Se prendiamo due punti su lati opposti del corpo umano e supponiamo che la pelle sia completamente asciutta, la resistenza è compresa tra 10^4 e $10^6 \Omega$. Se la pelle è bagnata la resistenza scende al di sotto di $10^3 \Omega$. Pertanto una persona che si trovi a piedi nudi, o con scarpe dalla suola molto sottile, a contatto con il suolo e tocchi l'alimentazione a 220 V dell'impianto di casa con una mano bagnata rischia di essere attraversata da una corrente

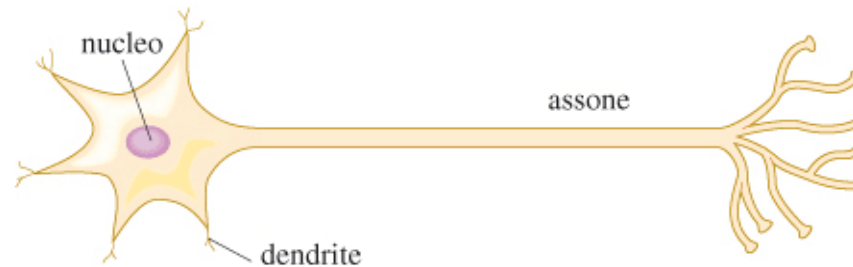
$$i = \frac{220 \text{ V}}{1000 \Omega} = 220 \text{ mA}$$

Questa corrente può essere letale.

Conduzione elettrica nel sistema nervoso

Elemento fondamentale del sistema nervoso è il **neurone** lungo cui si propagano i segnali di natura elettrica inviati dalle diverse componenti del sistema nervoso.

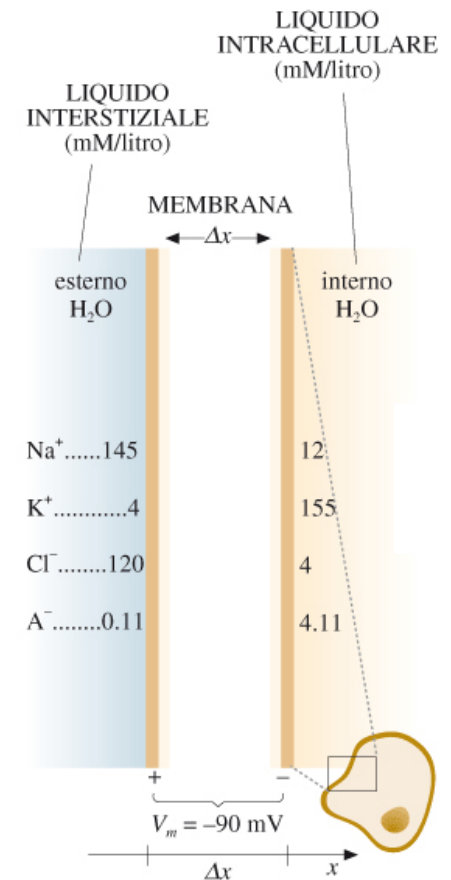
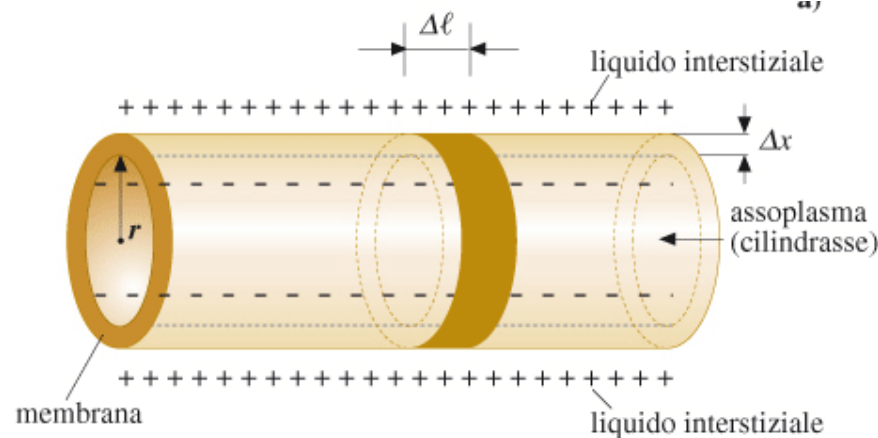
Il neurone è una cellula vivente di forma particolare: al corpo principale sono attaccate diverse appendici (**dendriti**) e una lunga coda chiamata **assone**. I dendriti ricevono il segnale che si propaga poi lungo l'assone, quando i segnali arrivano all'estremità della cellula nervosa vengono trasmessi ad un neurone adiacente o a un muscolo connesso al neurone tramite la **sinapsi**.



Inizialmente i neuroni sono a riposo e come quasi tutte le cellule nervose hanno una carica netta positiva sulla parte esterna della membrana cellulare ed una carica negativa su quella interna. Si crea così una d.d.p. attraverso la membrana cellulare. Il **potenziale di riposo** attraverso la membrana vale

$$V_{interno} - V_{esterno} = -90 \div -60 \text{ mV}$$

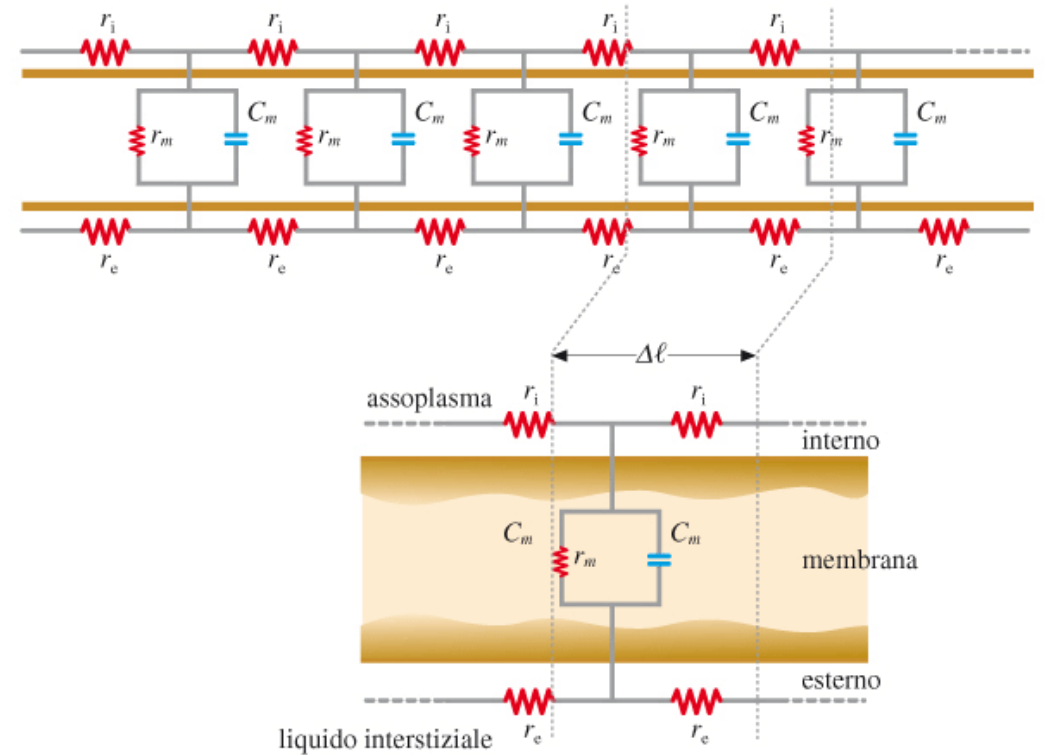
Gli ioni più comuni che generano la d.d.p. sono K^+ , Na^+ e Cl^- . Essi sono presenti con concentrazioni molto diverse tra di loro che inducono gli ioni a diffondere attraverso la membrana cellulare fino a quando la d.d.p. che si instaura bilancia il processo di diffusione. L'assone è assimilabile ad un cavo coassiale.



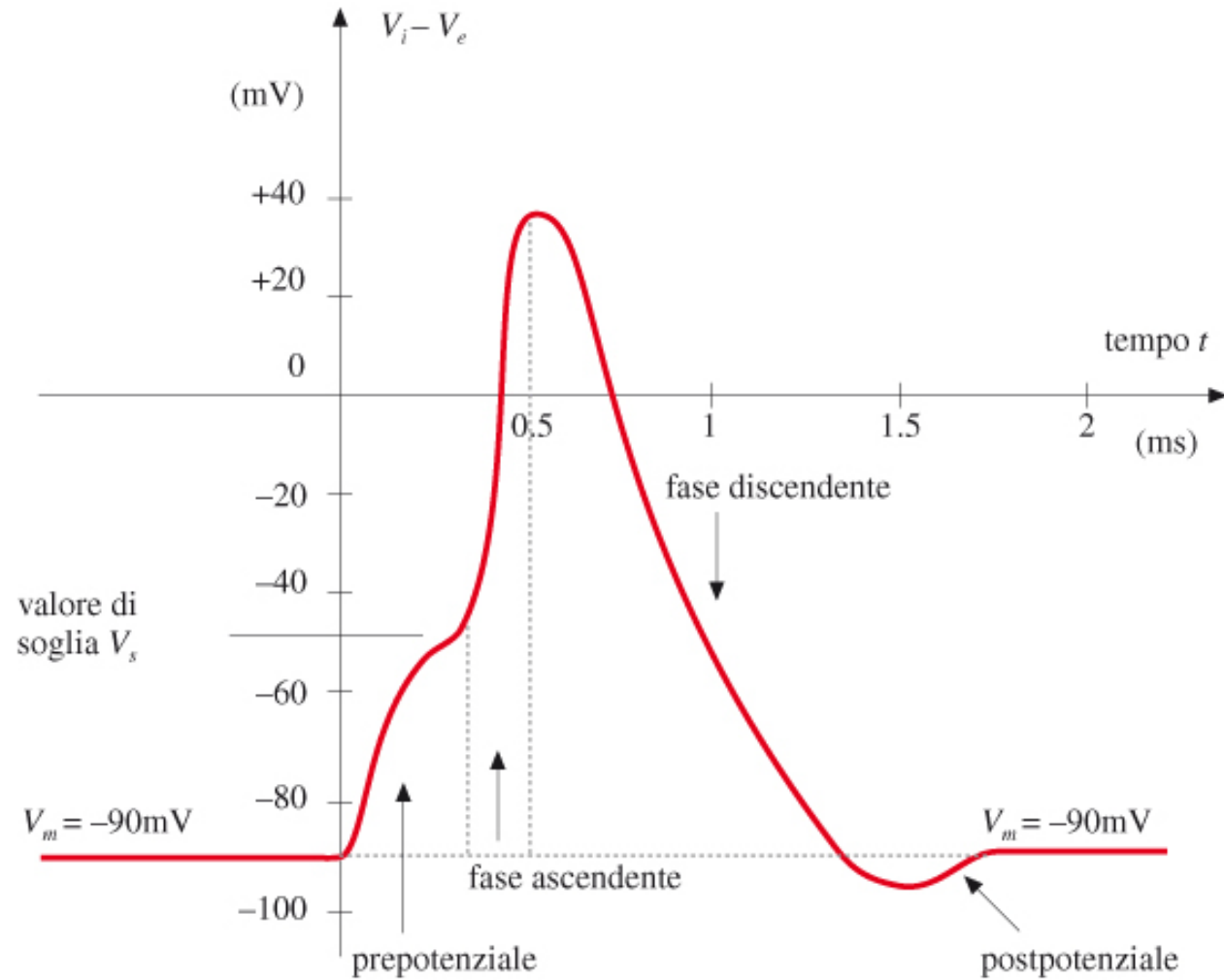
Lo spessore della membrana cellulare è dell'ordine di 80 Å. Ad ogni tratto di lunghezza Δl dell'assone si può associare un circuito elettrico con una resistenza interna r_i dovuta all'assoplasma e una resistenza esterna r_e dovuta al liquido interstiziale. Di solito r_e viene trascurata. La membrana equivale ad un condensatore di capacità C_m ed una resistenza r_m in parallelo tra di loro. Il diametro dell'assone è di circa 10^{-3} cm. Come cavo l'assone è caratterizzato da due parametri la costante di tempo τ e la costante di spazio λ . Se si considera il circuito RC del tratto di lunghezza Δl , si ha che il potenziale di stimolo V_S vale

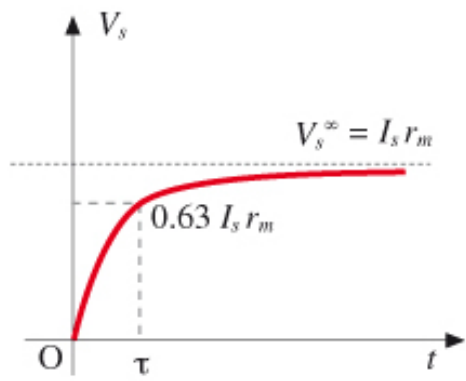
$$V_S(t) = I_S r_m (1 - e^{-t/\tau})$$

dove I_S è la corrente iniziale e $\tau_m = C_m r_m$.

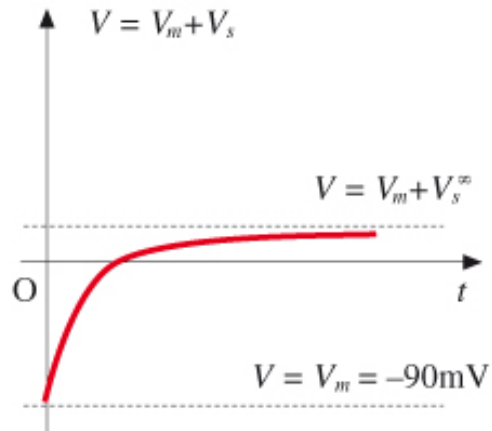


Potenziale d'azione





a)



b)

V_s si somma a V_m dando origine al potenziale d'azione. Quando ci si allontana dal punto in cui si genera lo stimolo, la variazione di V_s diminuisce e quindi diminuisce anche il potenziale di membrana diminuisce a causa della resistenza r_i dell'assoplasma, che a sua volta aumenta allontanandosi dal punto di stimolazione. Pertanto si ottiene

$$V_s^\infty(t) = I_s r_m e^{-l/\lambda}$$

$$\lambda = \Delta l \sqrt{\frac{r_m}{r_i}}$$

Per un tratto di assone di lunghezza Δl e raggio r , in base alla legge di Ohm si ha

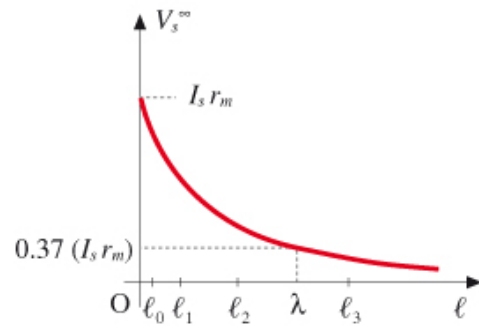
$$R = \rho \frac{\Delta x}{S}$$

quindi

$$r_m = \frac{\rho_m \Delta x}{2\pi r \Delta l}$$

e

$$C_m = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{2\pi r \Delta l}{\Delta x}$$



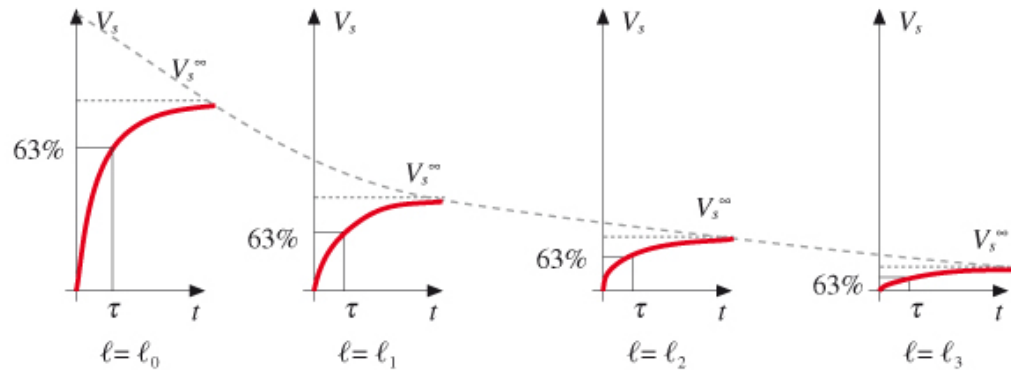
$$\tau = r_m C_m = \rho_m \frac{\Delta x}{2\pi r \Delta l} \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{2\pi r \Delta l}{\Delta x} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \rho_m = \varepsilon \rho_m$$

$$\varepsilon = 8 \cdot 10^{-11} C^2 N^{-1} m^{-2}$$

$$\rho_m = 10^7 \Omega m$$

Allora

$$\tau = 8 \cdot 10^{-4} s = 0.8 \cdot 10^{-3} s$$



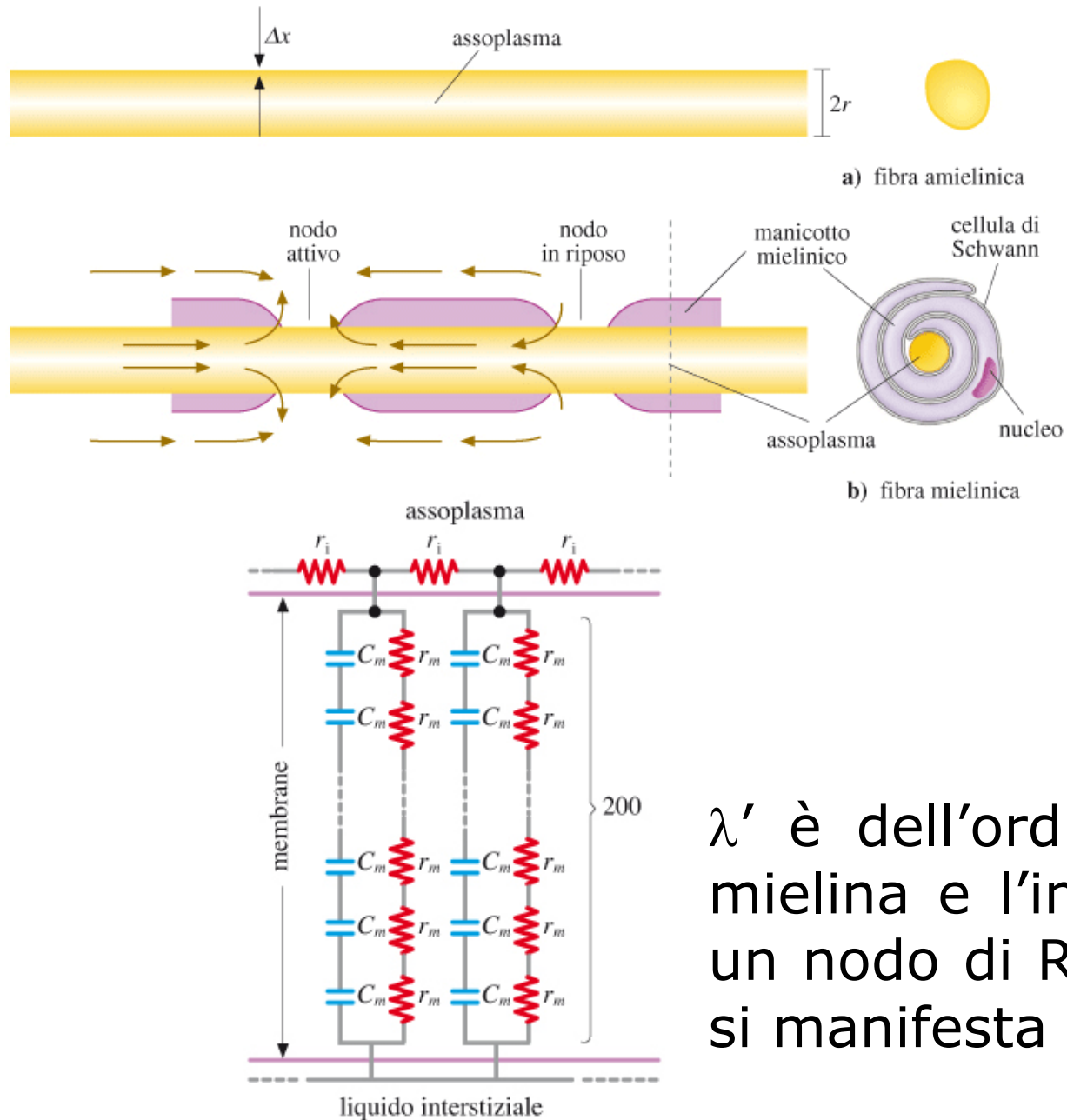
$$\lambda = \Delta l \sqrt{\frac{\rho_m \Delta x \pi r^2}{2\pi r \rho_i \Delta l^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_i} 2r \Delta x}$$

Se il diametro dell'assone vale $10 \mu m$ e $\Delta x = 200 \text{ \AA}$, allora $\lambda = 0.5 \text{ mm}$. Quindi dopo aver percorso una distanza pari a λ , il segnale si è ridotto ad $1/3$ circa e dopo 2λ (1 mm) è circa $1/7$ del segnale originario e non può più innescare il potenziale d'azione. In realtà gli stimoli percorrono distanze notevolmente più lunghe, dell'ordine di un paio di metri. Interviene a questo punto un meccanismo chiamato pompa Na^+K^+ .

Questa pompa è in grado di mantenere il potenziale di membrana V_m e fa sì che, il potenziale d'azione si sviluppi anche nelle zone adiacenti a quelle stimulate. Sulla distanza λ il potenziale d'azione diminuisce di un fattore pari ad $e = 2.718$, ovvero da $+30 - (-90) = 120$ mV circa a 40 mV (valore prossimo al potenziale di soglia). Tutto questo avviene in un tempo pari alla costante di tempo del processo di carica-scarica del condensatore equivalente. Infine si ottiene

$$v = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3} m}{0.8 \cdot 10^{-3} s} \approx 0.6 \text{ ms}^{-1} \quad v \propto \sqrt{r}$$

Per aumentare la velocità di propagazione del potenziale d'azione lungo l'assone e di conseguenza i tempi di reazione dell'organismo c'è bisogno di fibre di dimensioni maggiori e di maggiore energia. Le fibre mieliniche presentano queste caratteristiche senza ricorrere alla pompa Na^+K^+ e quindi necessita anche di meno energia.



Nodi di Ranvier

Centinaia di avvolgimenti attorno all'assoplasma. Il sistema equivale al circuito di figura. La resistenza del circuito aumenta e allora λ diventa

$$\lambda' = \Delta l \sqrt{\frac{r'_m}{r_i}} = \Delta l \sqrt{\frac{200r_m}{r_i}} \sim 15\Delta l \sqrt{\frac{r_m}{r_i}} \sim 15\lambda$$

λ' è dell'ordine delle distanze tra i manicotti di mielina e l'impulso nervoso si propaga a salti da un nodo di Ranvier all'altro. Il potenziale d'azione si manifesta solo sui nodi di Ranvier.

Infine si ottiene

$$\tau' = C'_m r'_m \quad \text{con} \quad r'_m = 200 r_m \quad C'_m = \frac{C_m}{200}$$

$$\tau' = 200 r_m \frac{C_m}{200} = r_m C_m = \tau$$

Per la velocità di propagazione si ottiene

$$v' = \frac{\lambda'}{\tau} = \frac{15\lambda}{\tau} = 15v$$

v' è dell'ordine di alcune decine di m/s e risulta proporzionale al raggio r della fibra mielinica