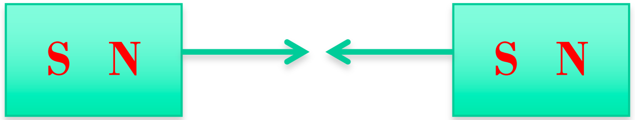
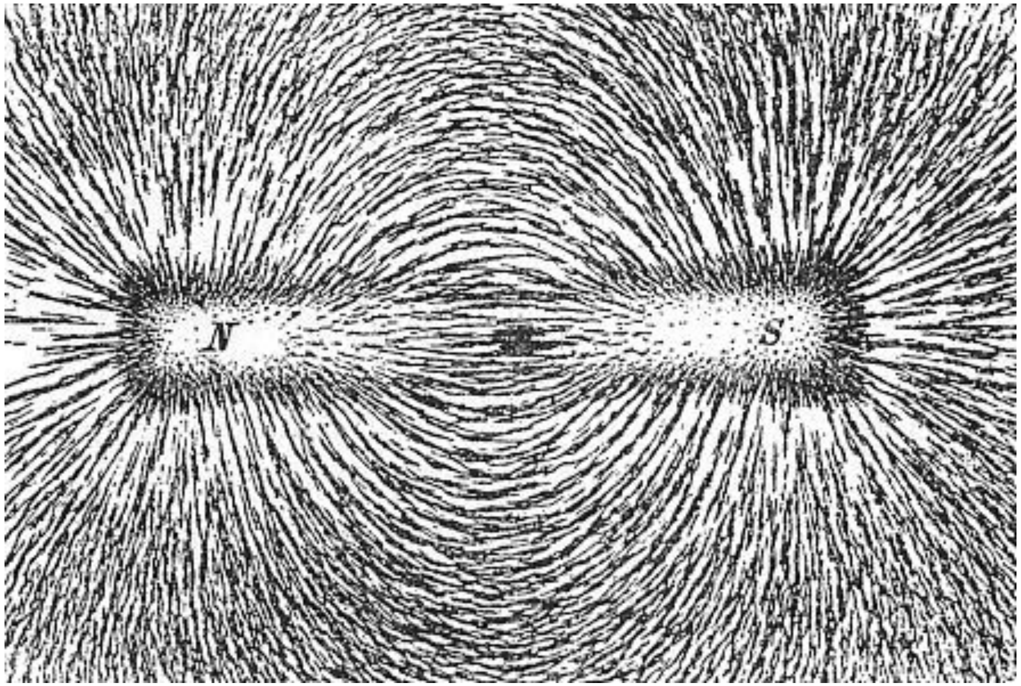
Campi Magnetici

Scannicchio: capitolo 20

Esistono forze che si manifestano tra particolari materiali (ad es. la magnetite, il ferro) anche privi di carica elettrica.
Queste forze possono essere sia attrattive che repulsive, analogamente a quanto accade per la forza di Coulomb.



Una calamita si comporta come un dipolo magnetico



Non esistono monopoli magnetici isolati

CAMPO MAGNETICO

Un campo magnetico può essere creato da **cariche elettriche in moto**, cioè da una corrente, oppure da un **magnete permanente**

Sperimentalmente si trova che esistono **due polarità** nel magnetismo polo **nord** e polo **sud**: poli uguali si respingono, poli opposti si attraggono. A differenza del campo elettrico, per il campo magnetico **non è** stato ancora isolato il **monopolo magnetico**, anche se ci sono teorie che lo ipotizzano.

L'interazione elettrica e l'interazione magnetica sono due aspetti diversi della stessa interazione, **l'interazione elettromagnetica**

Sperimentalmente si trova che una **carica elettrica in quiete** in un campo magnetico **non subisce interazioni** che ne alterino lo stato di moto, mentre una **carica elettrica in moto** in un campo magnetico **risente di una forza** distinta da quella dovuta all'interazione gravitazionale e a quella elettrica

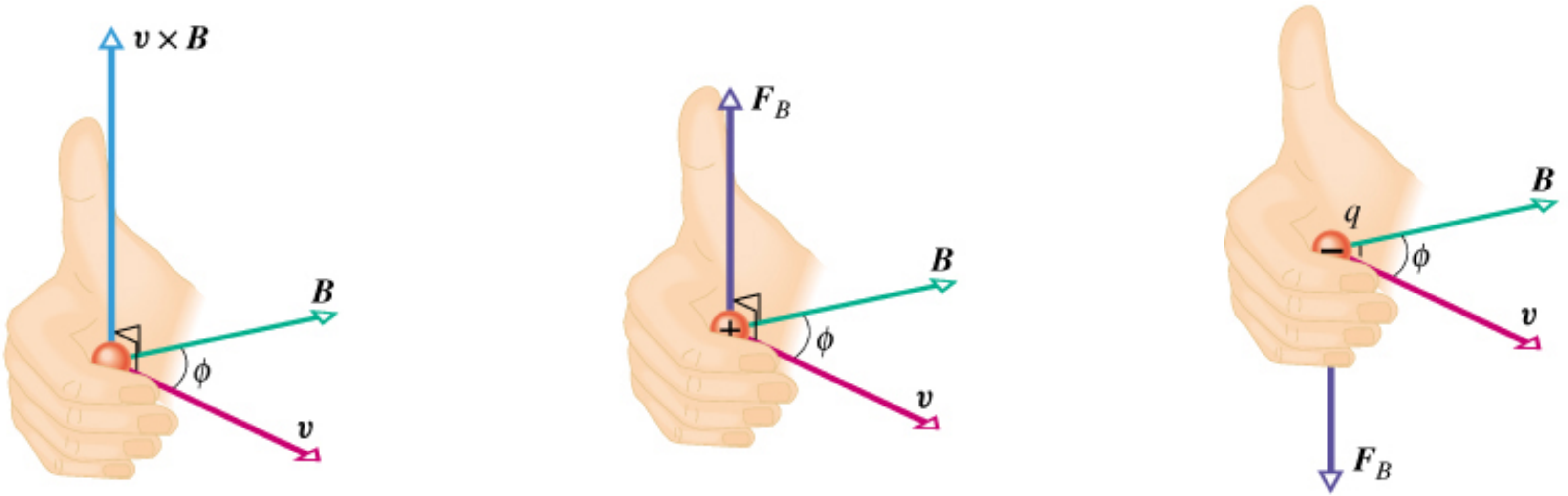
La forza dovuta al campo magnetico si determina sperimentalmente osservando l'azione del campo su diverse particelle in condizioni di moto differenti. Si trova che

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$ **Forza di Lorentz**

La relazione così trovata ci dice che il **campo magnetico agisce solo su particelle dotate di carica e già in moto con velocità v**.

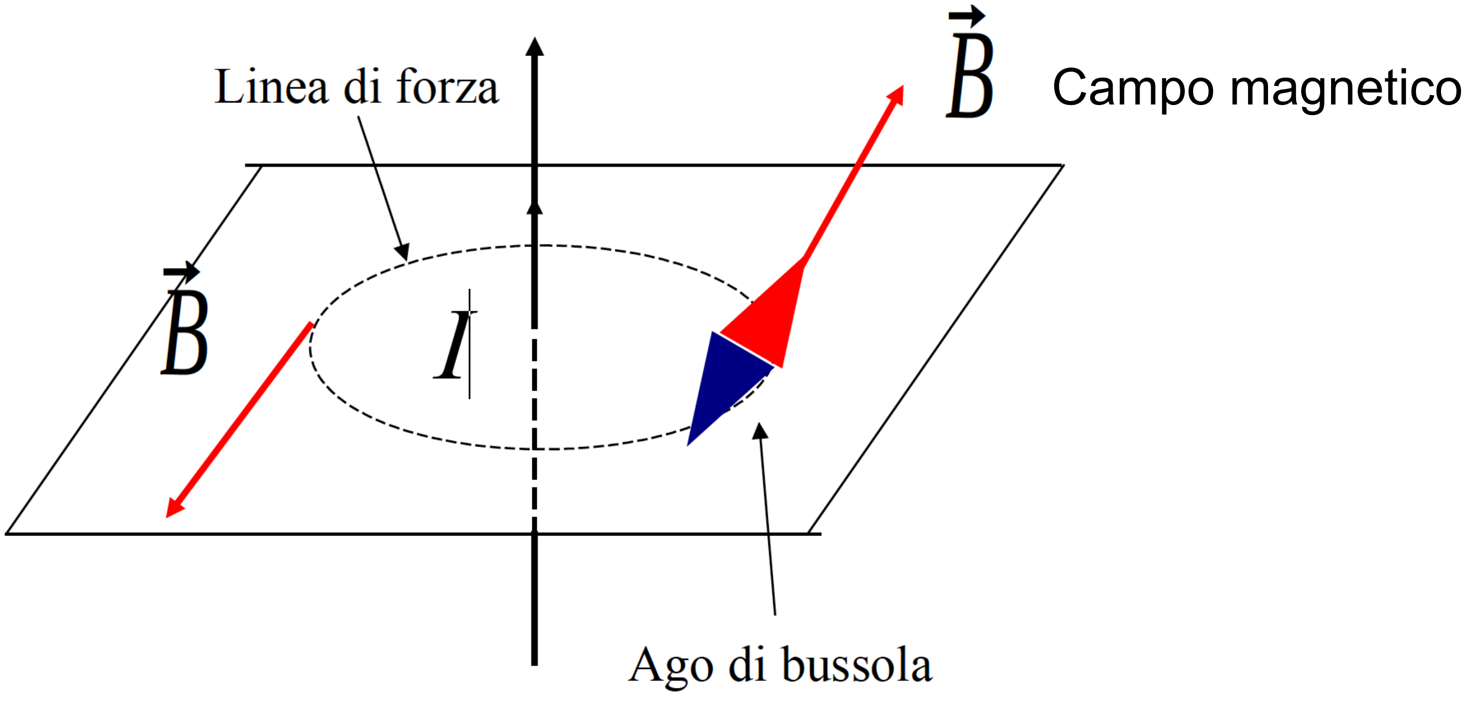
Inoltre possiamo notare che:

- $\mathbf{F_B} = 0$ se $\mathbf{v} \,||\, \mathbf{B}$
- $\mathbf{F_B} \perp \mathbf{v}$ e $\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{F_B}$ non compie lavoro $\Rightarrow$ E si conserva
- la particella si muove su una traiettoria circolare in un piano $\perp$ **B**



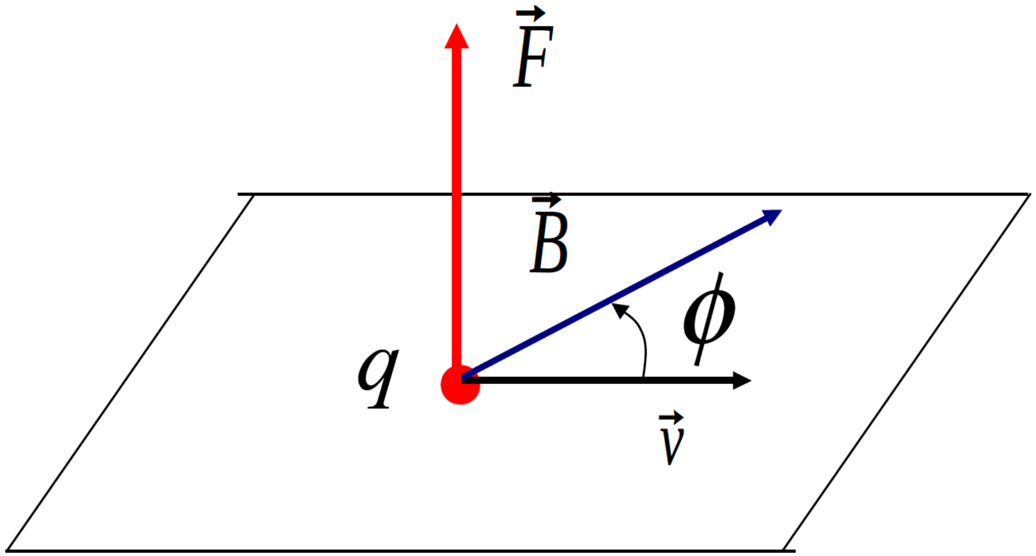
Si descrivono le forze magnetiche tramite un opportuno campo vettoriale, in analogia a quanto fatto in elettrostatica.

gli esperimenti di Oersted e Ampere mostrano che le correnti elettriche producono effetti magnetici.



Viceversa: cariche in movimento subiscono una forza magnetica da parte di un campo magnetico esterno.

Forza di Lorentz



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = q\,v\,B \sin\phi$$

Infine si nota che **B non dipende né da q né da v** e quindi descrive una **proprietà caratteristica** del campo magnetico detta **intensità del campo magnetico o induzione magnetica**.

Se abbiamo contemporaneamente campo elettrico e magnetico, la forza totale agente sulla particella di carica q e in moto con velocità v vale

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

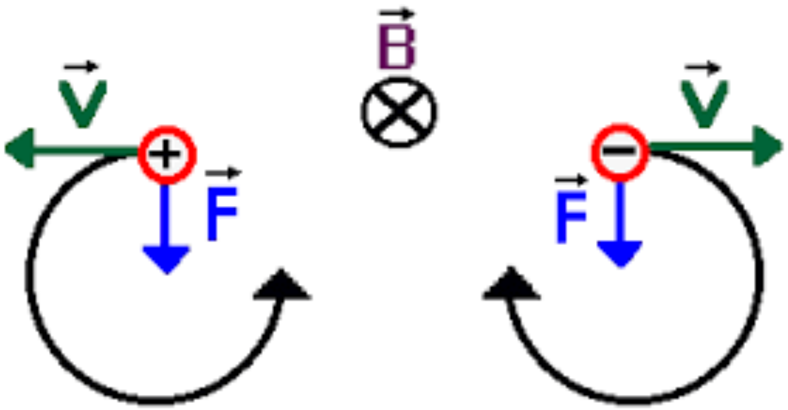
Questa forza è detta, a volte, **forza di Lorentz**

Alcuni valori approssimati di campo magnetico

Sulla superficie di una stella di neutroni	10^{8} T
In prossimità di un grande elettromagnete	1.5 T
Vicino a una barretta magnetica	10^{-2} T
Sulla superficie della Terra	10^{-4} T
Nello spazio interstellare	10^{-10} T
Il più piccolo valore in una camera magneticamente schermata	10^{-14} T

L'unità di misura dell'intensità del campo magnetico è il **Tesla (T)** o il **Gauss (G)**

$$[B] = N/\left(Cms^{-1}\right) = kgs^{-1}C^{-1} = T \qquad 1T = 10^{4}G$$

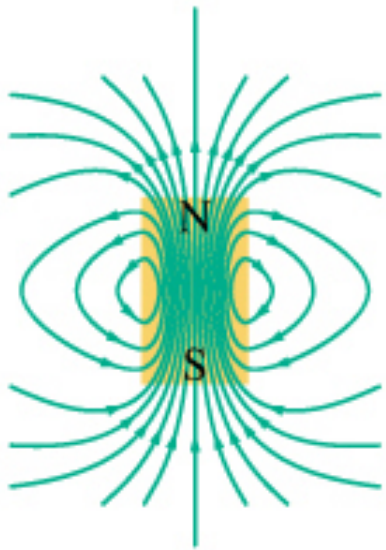


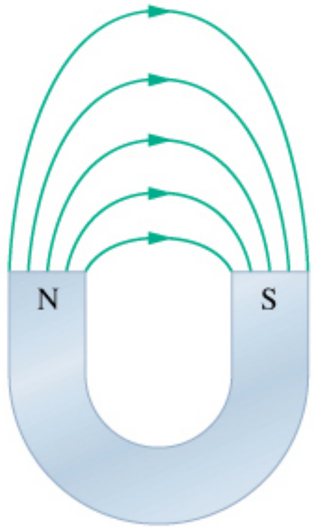
il campo magnetico NON fa lavoro!

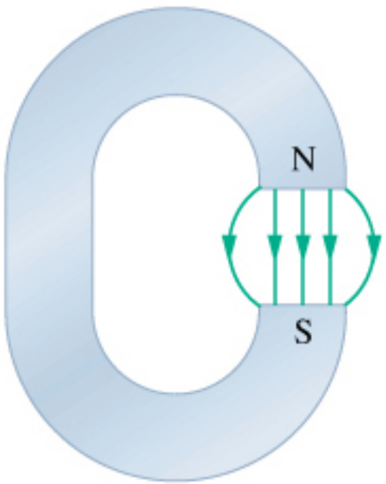
$$\vec{F} \perp \vec{v} \quad \vec{F} \perp (\vec{v}\, dt) \quad \vec{F} \perp d\vec{r} \Rightarrow L = \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

Anche per il campo magnetico possiamo definire le **linee di forza** che sono sempre tangenti alla direzione del campo e la cui densità è proporzionale all'intensità del campo

A differenza del campo elettrico, non essendo stato ancora identificato il monopolo magnetico, le **linee di forza sono continue** e passano sempre all'interno della sorgente del campo magnetico, uscendo dal polo nord ed entrando in quello sud. **Polo nord terrestre** è in realtà un polo sud, o **polo nord geomagnetico** e le linee di forza entrano nel polo nord terrestre ed escono da quello sud

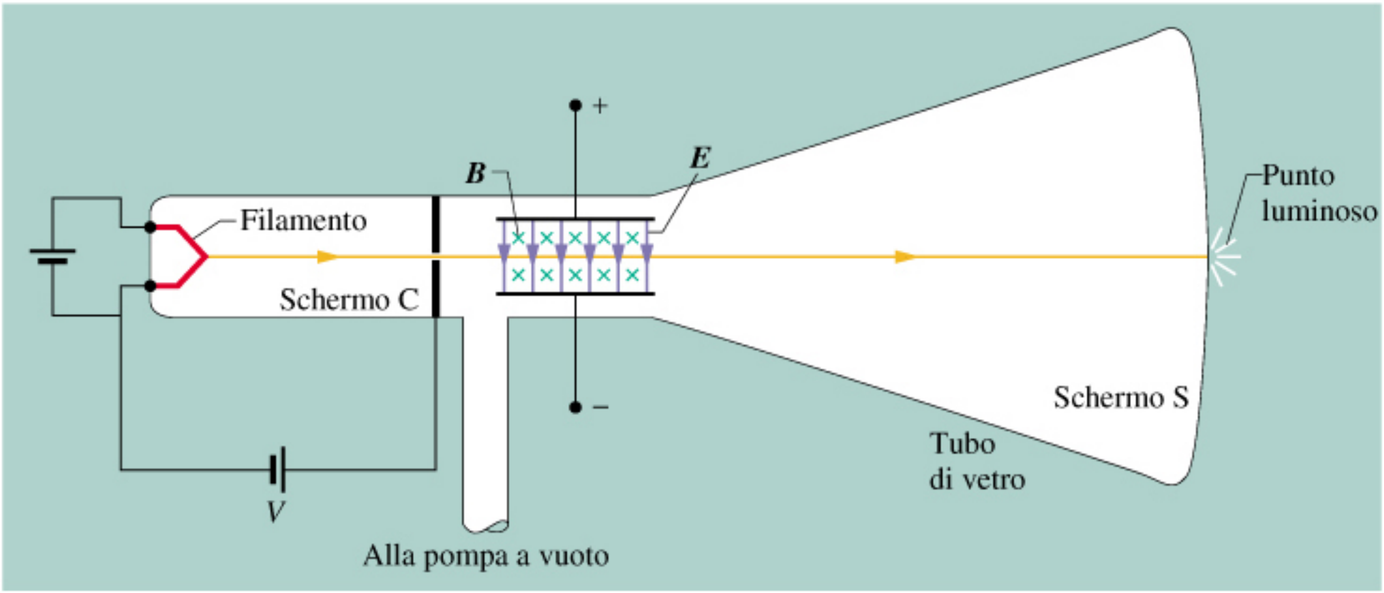






Esperimento di J.J. Thomson

Esperimento del 1897 a Cambridge, porta alla **scoperta dell'elettrone**
Thomson usa un tubo a raggi catodici in cui sono presenti un campo **E** ed un campo **B** $\perp$ tra di loro (**campi incrociati**).
Nel tubo c'è il vuoto ed il filamento incandescente emette particelle cariche (risulteranno essere degli e^-) che vengono accelerate dalla V.
Le particelle passano per C, entrano in un zona in cui ci sono **E** e **B** ed infine arrivano sullo schermo S che è fluorescente. Regolando **E** e **B** si determina il punto finale sullo schermo S



per cariche positive

Thomson procedette nel seguente modo

- fece passare le particelle attraverso il tubo con **E = 0** e **B = 0** ottenendo così la posizione non deflessa del fascio sullo schermo
- applicò **E** e misurò la deflessione su S
- mantenendo **E**, applicò **B** in modo da bilanciare la deflessione dovuta ad **E**

La **deflessione dovuta ad E** è data da

$$y_E = \frac{qEL^2}{2mv^2}$$

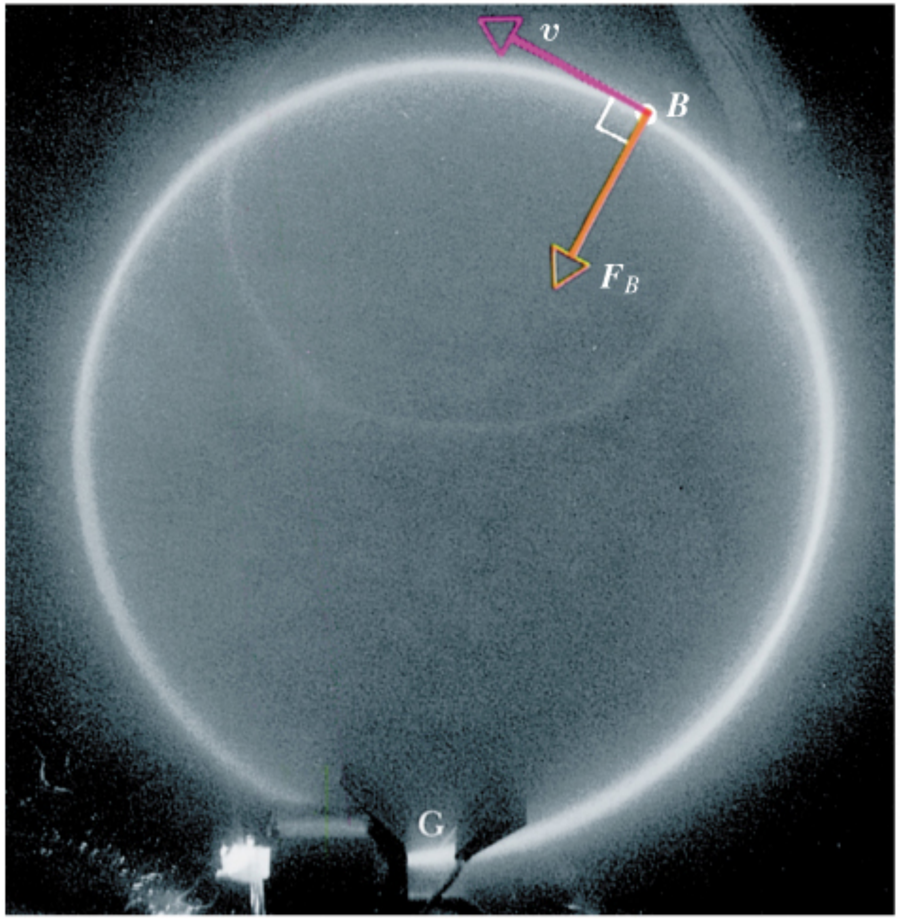
Thomson ricavò che la deflessione era quella di una **particella con carica negativa**

Il campo **B applicato bilancia E** → si determina la **velocità**

$$|q|E = |q|vB\sin(90^o) = |q|vB \Rightarrow v = \frac{E}{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{B^2L^2}{2yE} \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{q}$$

Carica in moto circolare

Prendiamo una particella in **moto circolare uniforme, |v| = cost**., sulla particella deve agire una **forza risultante centripeta**, ovvero sempre ⊥ a **v** e costante in modulo, **forza di Lorentz** ha queste caratteristiche.



Elettroni in moto circolare uniforme in un campo magnetico ⊥ al foglio ed uscente

Analizziamo il moto delle particelle cariche

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = m\frac{\upsilon^2}{r} \quad \text{e} \quad F = q\upsilon B \Rightarrow q\upsilon B = m\frac{\upsilon^2}{r}$$

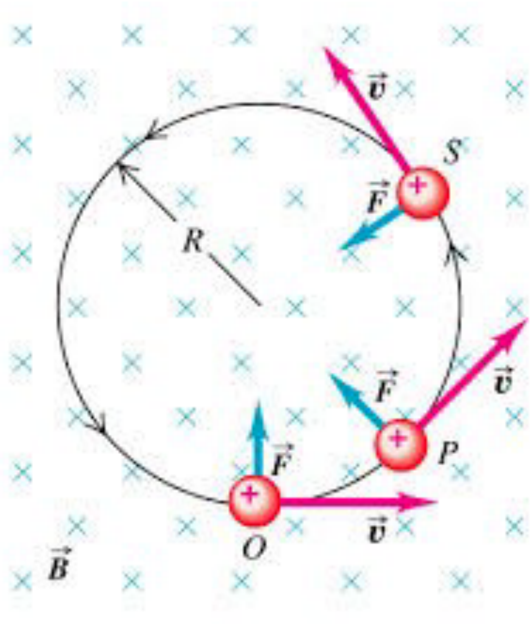
$$\Rightarrow r = \frac{m\upsilon}{qB} \quad \text{raggio della circonferenza}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\upsilon}\frac{m\upsilon}{qB} = \frac{2\pi m}{qB} \quad \text{periodo}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad \text{frequenza}$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{qB}{m} \quad \left(\vec{\omega} = -\frac{q}{m}\vec{B}\right) \quad \text{pulsazione di ciclotrone}$$

Si nota che, per velocità non relativistiche, **T**, **ν** e **ω** non dipendono da **v**
All'**aumentare** della **velocità**, **aumenta** anche il **raggio** della traiettoria.
Notiamo inoltre che tutte le **particelle** con lo **stesso** rapporto **m/q** hanno il **medesimo T**; se **q > 0** la **rotazione** avviene in verso **antiorario**, se **q < 0** in verso **orario**, osservando nella direzione di B.



(a)

Moto in campo magnetico uniforme

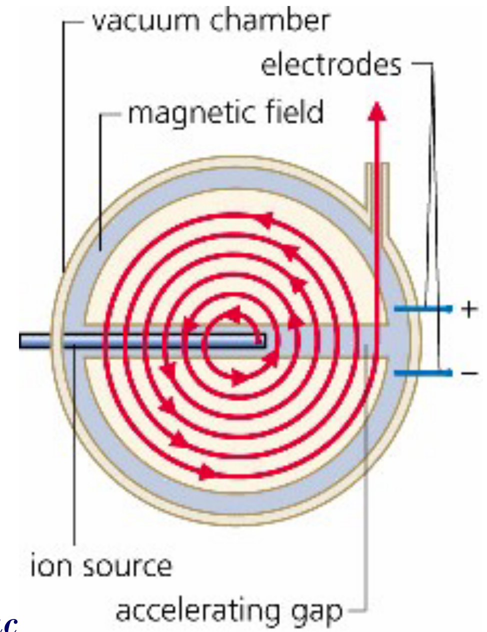
$$F = q v B = m \frac{v^2}{r}$$

Moto circolare uniforme

$$qvB = q\omega rB = m\omega^2 r$$

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}} \qquad \boxed{\omega = \frac{q B}{m}}$$

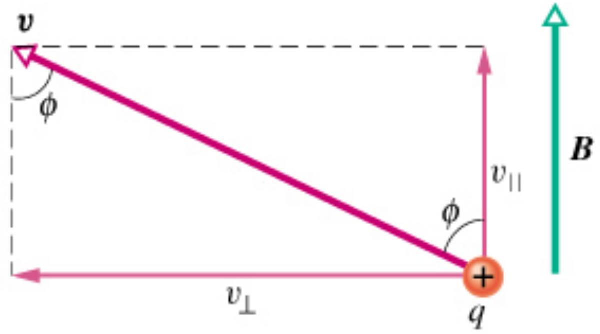
Raggio e frequenza di ciclotrone.



La velocità nell'equazione è la componente perpendicolare alla direzione del campo B

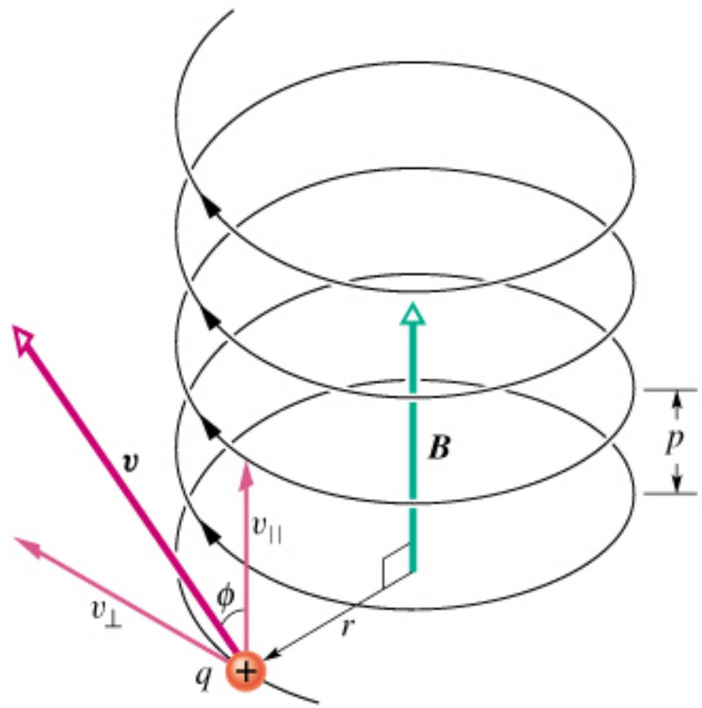
Ciclotrone usato per generare isotopi radioattivi per esempio per la PET

Consideriamo ora il caso in cui la particella carica abbia una componente della velocità parallela alla direzione del campo magnetico, la traiettoria risultante è un'elica.

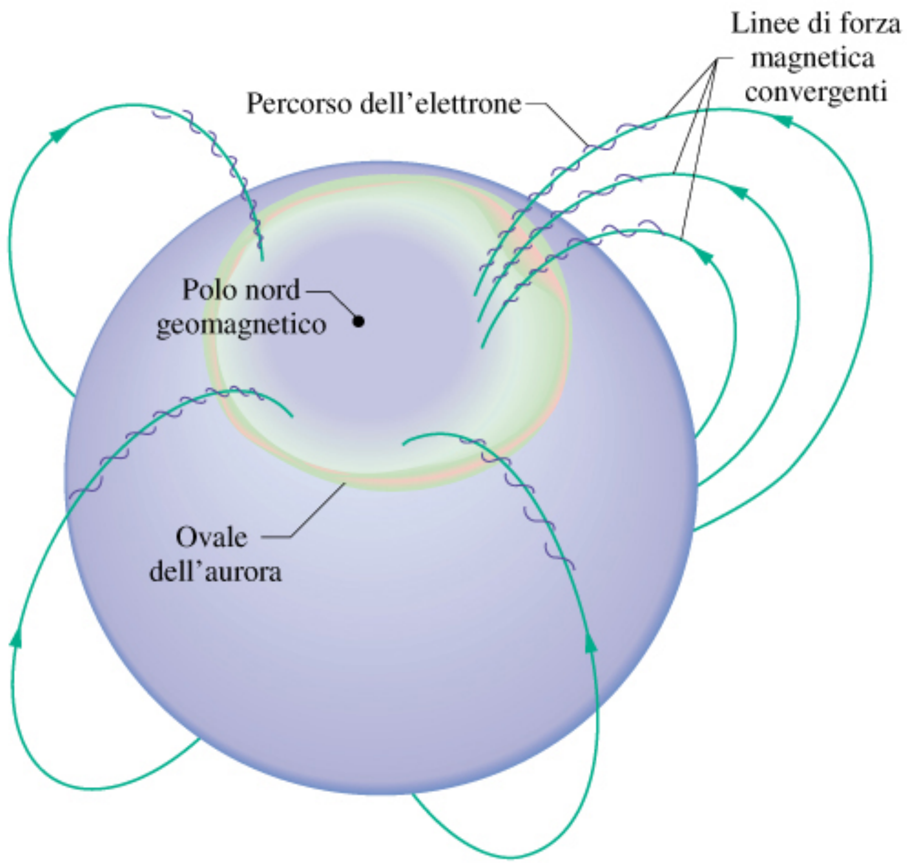


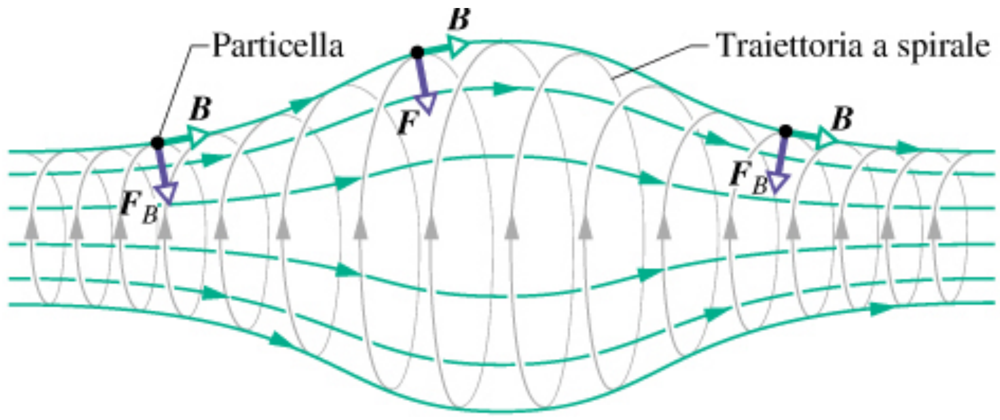
$$v_{\parallel} = v\cos\phi \quad \text{e} \quad v_{\perp} = v\sin\phi$$

$v_{\parallel}$ determina il **passo** dell'elica, $v\perp$ il **raggio**



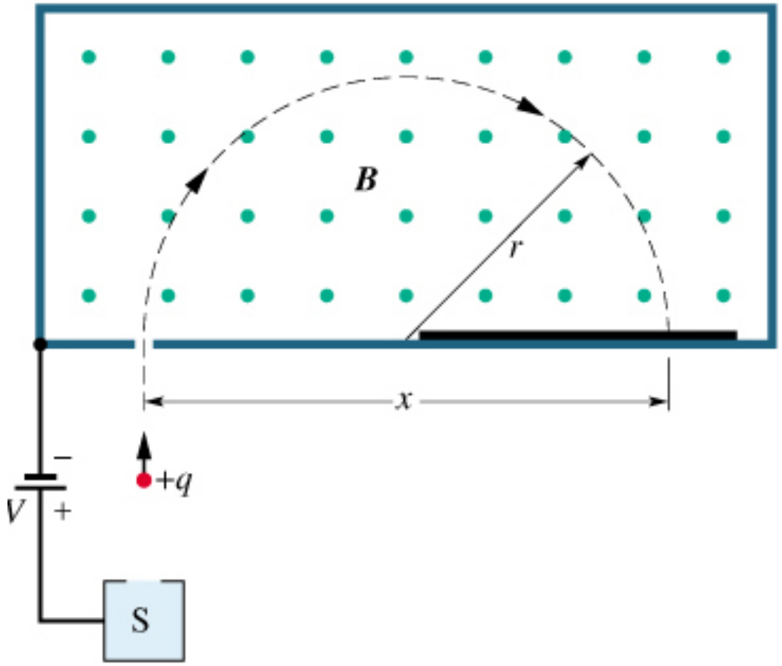
Come applicazioni di questo effetto abbiamo la **bottiglia magnetica** di cui un esempio sono le **fasce di radiazione di van Allen** e il fenomeno dell'**aurora polare**.





Le linee del campo «costringono» le particelle nella zona indicata

Spettrometro di massa (Dempster)



Prendo delle **particelle** con carica **+q** (**ioni**) prodotte da una sorgente S e le accelero attraverso una d.d.p. **ΔV**, poi le faccio entrare in una zona in cui c'è un campo magnetico **B ⊥ al foglio** ed **uscente**. La **velocità v** con cui gli ioni entrano nella zona in cui c'è **B** si ricava dalla **conservazione dell'energia** (gli ioni escono dalla sorgente con velocità trascurabile)

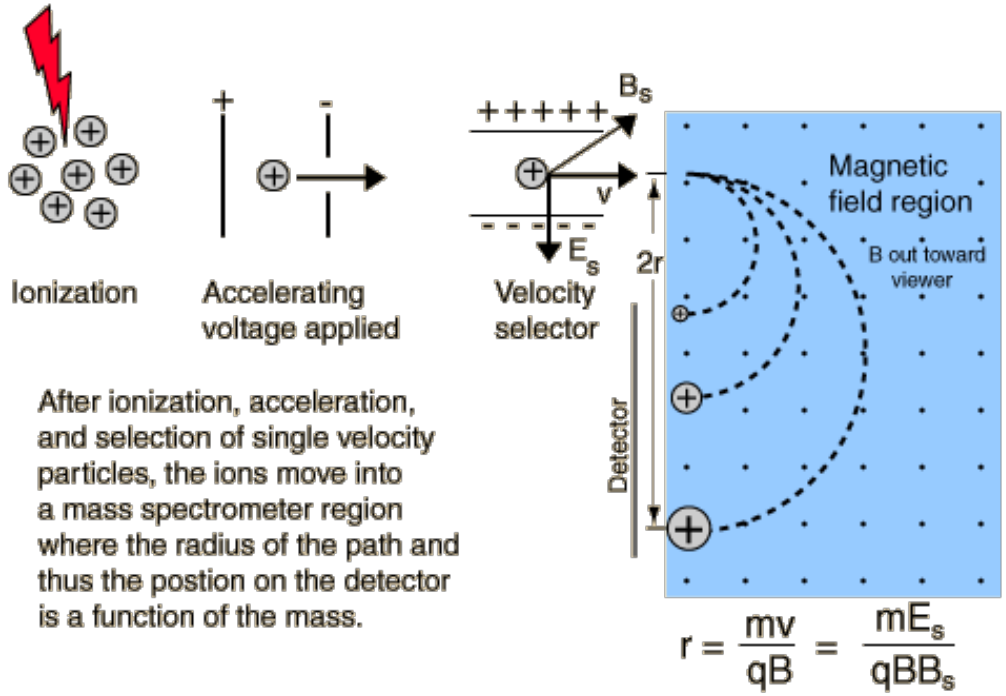
$$E_K = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V \Rightarrow v^2 = 2\left(\frac{q}{m}\right)\Delta V$$

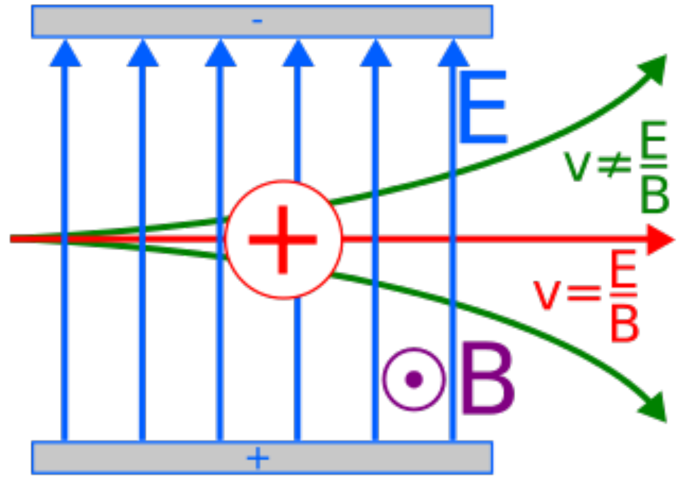
$$r = \frac{vm}{qB} \Rightarrow v = \left(\frac{q}{m}\right)Br \Rightarrow \left(\frac{q}{m}\right)^2 = \frac{2\left(\frac{q}{m}\right)\Delta V}{B^2 r^2}$$

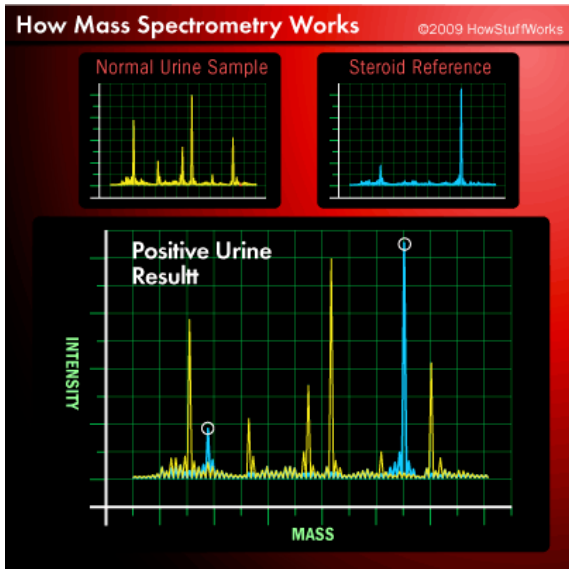
$$\Rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{2\Delta V}{B^2 r^2}$$

Notiamo che il **rapporto tra carica e massa di uno ione** dipende solo da **B**, **ΔV** ed **r**, quindi, dato che **B** e ΔV sono noti per costruzione, la **misura di r ci dà il rapporto (q/m)** . Grazie allo spettrometro di massa sono stati scoperti gli **isotopi** (^{12}C, ^{13}C).
Inoltre, misurando **q/m al variare di v** si trova che $m = m_0/(1-v^2/c^2)^{1/2}$, pertanto **q** risulta essere una quantità **invariante**, ovvero ha lo stesso valore per tutti gli osservatori in moto relativo uniforme.

Spettrometro di massa: determina composizione di un campione di materia.



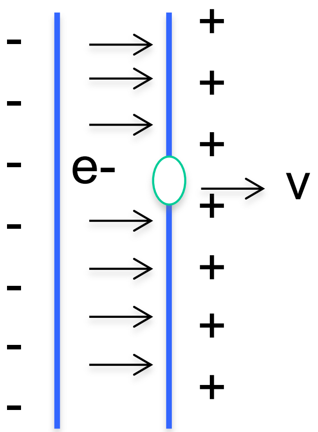




Applicazioni in chimica, geologia, fisica, medicina....

Esercizio

Un elettrone (m_e=9.11 10^{-31} kg) viene accelerato dal campo elettrico E=1.45 10^{-4} N/C generato da 2 piastre piane parallele distanti d=1.6 cm. L'elettrone è inizialmente a riposo in un punto prossimo alla lastra negativa e attraversa quella positiva mediante un piccolo foro. Calcolare:
la velocità con cui l'elettrone passa attraverso Il foro,



E' tutto conservativo, quindi:

$$L = -q\Delta V = e\Delta V$$

$$Ed = \Delta V \Rightarrow L_e = eEd = \Delta E_k = \frac{1}{2} m_e v_f^2 - 0$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2eEd}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1.6\cdot 10^{-19}}{9.11\cdot 10^{-31}} 1.45\cdot 10^{-4}\cdot 1.6\cdot 10^{-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 1.96\cdot 1.45\cdot 1.6\cdot 10^{6}}{9.11}} = 0.90\cdot 10^{3} m/s$$

Esercizio

Uno ione di elio ($Q=+2e$) con $m_{He}=6.6\ 10^{-27}$ kg viene accelerato da una d.d.p.= 3700 V.

1. Qual è la sua velocità ?
2. Quale sarebbe il suo raggio di curvatura se si muovesse in un campo magnetico uniforme B=0.34 T, in un piano ortogonale al suo moto ?
3. Quale sarebbe il suo periodo di rotazione ?

$$E_K = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = q\Delta V \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1.6\cdot 10^{-19}3700}{6.6\cdot 10^{-27}}} = 42\cdot 10^4\, m/s$$

$$F = m\frac{\upsilon^2}{r} = qvB \quad \Rightarrow \quad \mathrm{r}=\frac{m}{q}\ \frac{\upsilon}{B} = \frac{6.6\cdot 10^{-27}42\cdot 10^4}{2\cdot 1.6\cdot 10^{-19}34\cdot 10^{-2}} = 2.55\cdot 10^{-2}\, m$$

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} = 16.5\, Mrad/s; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.38\,\mu s$$

Esercizio

Stimare il modulo della F_B dovuta al $B_{terrestre}$ sugli ioni che attraversano la membrana cellulare durante un potenziale d'azione. Assumere $v=10^{-2}$ m/s come velocità degli ioni.

$$F = q\upsilon B = 10^{-19} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4} = 10^{-25} N$$

con B circa 1 Gauss e q circa 10^{-19} C

F è molto piccola. Gl uccelli migratori riescono a percepire queste piccole forze.

Esercizio (Scannicchio p. 457)

Valutare l'energia necessaria al mantenimento del potenziale di membrana.

Persona con m=75 kg, di cui 20% è liquido interstiziale e l'80% sono cellule con densità ρ=1 g/cm^3.
Circa metà delle cellule (≈ 30 kg) occupa un volume di 3 10^4 cm^3 ed è composta da cellule piccole di volume V=10^{-9} cm^3 e superficie S=5 10^{-6} cm^2.
Quindi $N_{cellule\ piccole}$ = 3 10^4 cm^3/10^{-9} cm^3 =3 10^{13} e la superficie totale è S_{tot}=5 10^{-6} cm^2 3 10^{13} = 15 10^7 cm^2.
Le altre cellule (supposte cilindriche con diametro medio d=20 μm e lunghezza media l=1 cm) hanno un volume:

$$V_{cell.cil.} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 l = \pi \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-12}}{4} 10^{-2} = 3.14 \cdot 10^{-12} m^3 = 3.14 \cdot 10^{-6} cm^3$$

$$N_{cell.cil.} = \frac{3 \cdot 10^4 cm^3}{3.14 \cdot 10^{-6} cm^3} = 9.5 \cdot 10^9 cellule$$

$$S_{tot} = S_{cell.cil.} + S_{cell.pic.} = 6 \cdot 10^7 cm^2 + 15 \cdot 10^7 cm^2 = 21 \cdot 10^7 cm^2 = 21 \cdot 10^3 m^2$$

La membrana cellulare ha C=1μF cm^{-2}. Quindi $C_{tot} = 1\,\mu F\, cm^{-2} \cdot 21 \cdot 10^7\, cm^2 = 210\, F$

Se il potenziale di membrana medio è V_m=60 mVolt allora l'energia accumulata nelle membrane cellulari vale

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} 210F \cdot 36 \cdot 10^{-4} = 0.38\, J$$

L'energia accumulata nelle membrane viene consumata dalle cellule per espellere ioni Na e introdurre ioni K. I tempi medi per questo processo sono dell'ordine di 15 ms. La potenza vale quindi:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{0.38J}{15 \cdot 10^{-3} s} = 25.2 \cdot Watt$$

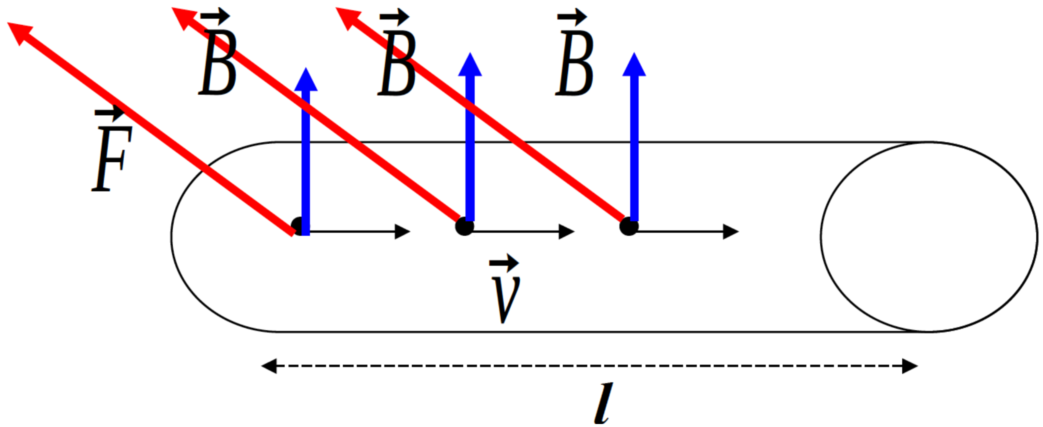
In un'ora il consumo di energia vale:

$$E_{consumata} = P \cdot 1h = 25.2\, W \cdot 3600 s = 90.72 kJ / h = 2.17 kcal / h$$

Questa energia è minore di quella necessaria per il metabolismo basale (72.25 kcal/h) di una persona con superficie di circa 1.7 m^2. Per mantenere il potenziale di membrana è necessaria un'energia molto minore di quella minima del corpo umano.
Con il cibo l'energia introdotta quotidianamente è 10^4 kJ/giorno=2400 kcal/giorno.

Forza che agisce su un filo percorso da corrente immerso in un campo magnetico (effetto forza di Lorentz)

Forza verso l' osservatore



Forza su una singola carica $$F = q\,v\,B$$

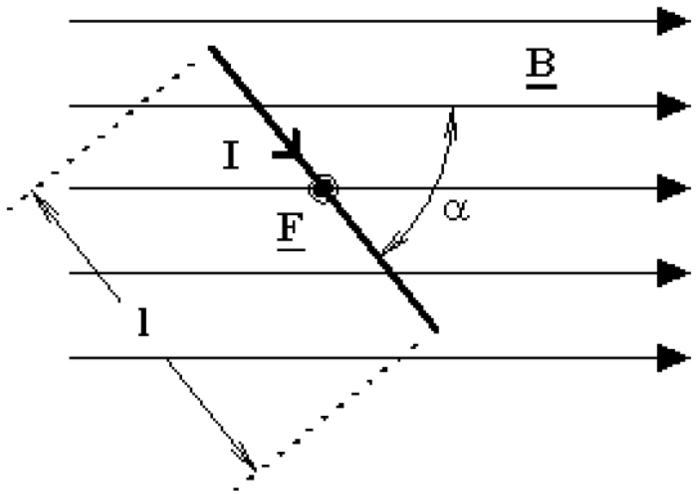
Forza totale $$F_T = N\,q\,v\,B$$

$$Nqv = Nq\frac{l}{t} = Nl\frac{q}{t} = li$$

dove N è il numero di cariche in transito nel tempo $t = \dfrac{l}{v}$

La forza totale che agisce sul filo è quindi

$$F_T = i\ l\ B$$



In forma vettroriale

$$\vec{F} = i\ \vec{l} \times \vec{B}$$

con $\vec{l}$ **vettore avente la <u>direzione del filo</u> e il <u>verso della corrente</u>**

SORGENTE del campo magnetico: cariche in movimento

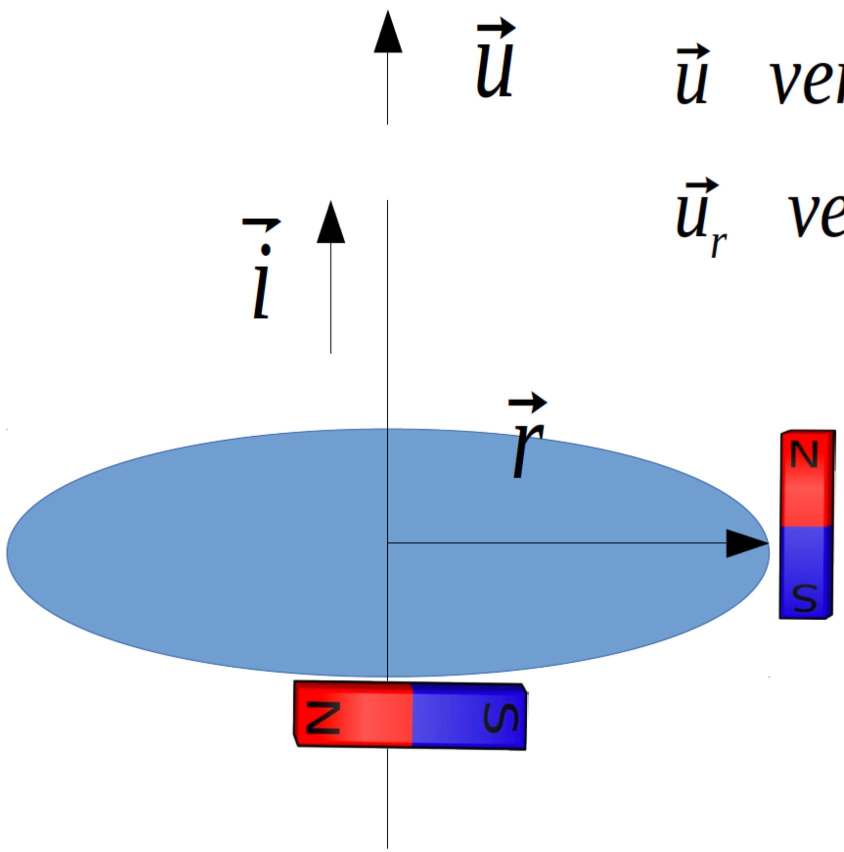
Legge di Biot Savart: SPERIMENTALE

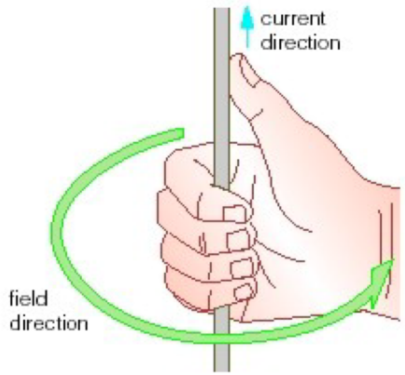
1) Il campo è tangente a circonferenze che circondano un filo percorso da corrente

$$\vec{B} = \vec{u} \times \vec{u}_r \, B$$

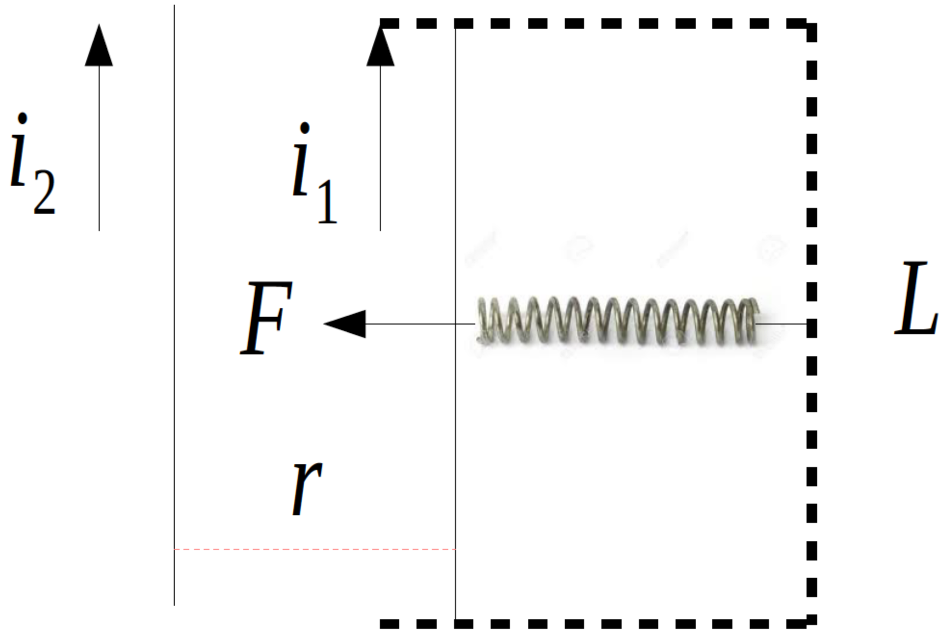
$\vec{u}$ versore lungo corrente i

$\vec{u}_r$ versore lungo raggio $\vec{r}$

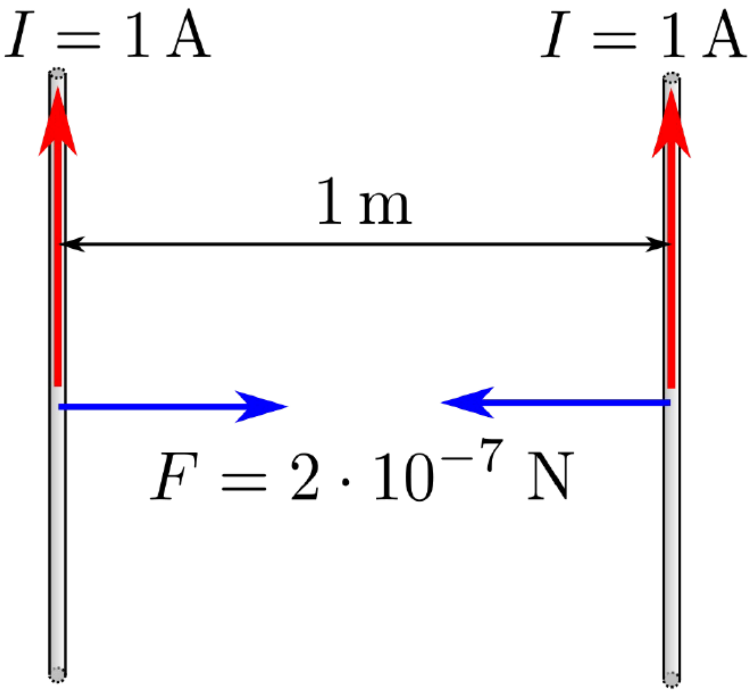




2) Il modulo del campo viene misurato dall'interazione tra fili percorsi da corrente.



$$F = i_1 i_2 \frac{L}{r} K_m$$



$$K_m = 2 \times 10^{-7}\ \frac{N}{A^2} = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

$$\mu_0 = 1.2566370 \times 10^{-6}\ \frac{N}{A^2}$$

μ_0 Permeabilità magnetica

Combinando gli esperimenti 1) e 2) si ottiene il campo magnetico prodotto da un filo percorso da corrente

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}\vec{u} \times \vec{u}_r$$

Sorgente del campo magnetico.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{r^3}\vec{dl} \times \vec{r}$$

Formula generale per un elemento di corrente dl

Unità di misura nel sistema SI

Per la scelta della quarta grandezza fondamentale possiamo partire da due leggi diverse, la legge di Coulomb oppure l'interazione tra due correnti rettilinee

$$F = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad F = K'_m \frac{2 i_1 i_2}{r} l_2$$

Abbiamo due costanti, **K_e** e **K'_m**, in realtà, però, abbiamo **un solo grado libertà** poiché abbiamo introdotto una sola grandezza fisica, la **carica q**

Nel 1960 si stabilì che **$K'_m = 10^{-7}$** e venne scelto l'**Ampére** come quarta grandezza fondamentale (quindi: $K'_m=\mu_0/4\pi$)

1A = corrente che, circolando in due conduttori rettilinei $\parallel$, separati da una distanza di un metro, risulta in una forza su ciascun conduttore di $2 \cdot 10^{-7}$ N per metro di lunghezza del conduttore

1C = quantità di carica che fluisce attraverso una sezione trasversale qualsiasi di un conduttore in un secondo quando la corrente è 1 A

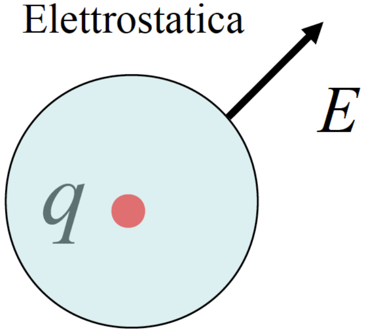
La scelta di A piuttosto che C, è dovuta al fatto che è più facile preparare uno standard per la corrente. Dal punto di vista fisico, il concetto di carica è più fondamentale di quello di corrente.

$$\frac{K_e}{K_m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi}{\mu_0} = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} = \text{costante} = c^2$$

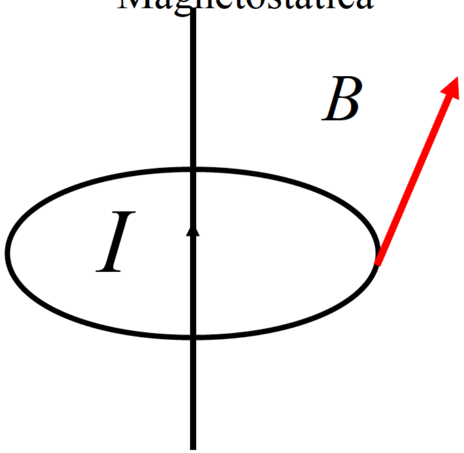
Legge di Ampere

Analogia con l' elettrostatica e teorema di Gauss

Elettrostatica



Magnetostatica



Superficie chiusa che contiene q

Linea chiusa che include I

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Lambda_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Flusso di E

Circuitazione di B

$$\Lambda_B = \lim_{dl \to 0 \quad N \to \infty} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint_L \vec{B} \cdot \vec{dl}$$

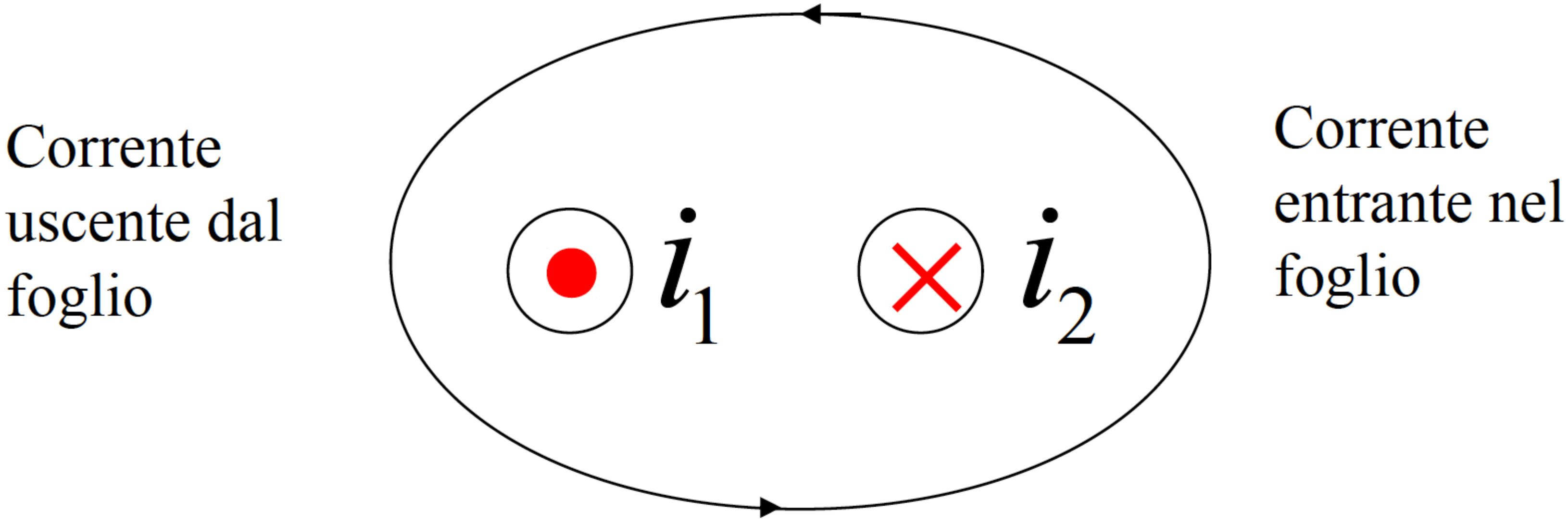
Legge di Ampere

$$\boxed{\Lambda_B = \mu_0 I}$$

Si può dimostrare che la legge di Ampere è equivalente a quella di Biot Savart

N.B. Se il percorso concatena più correnti esse vanno prese con segno secondo la regola della mano destra:

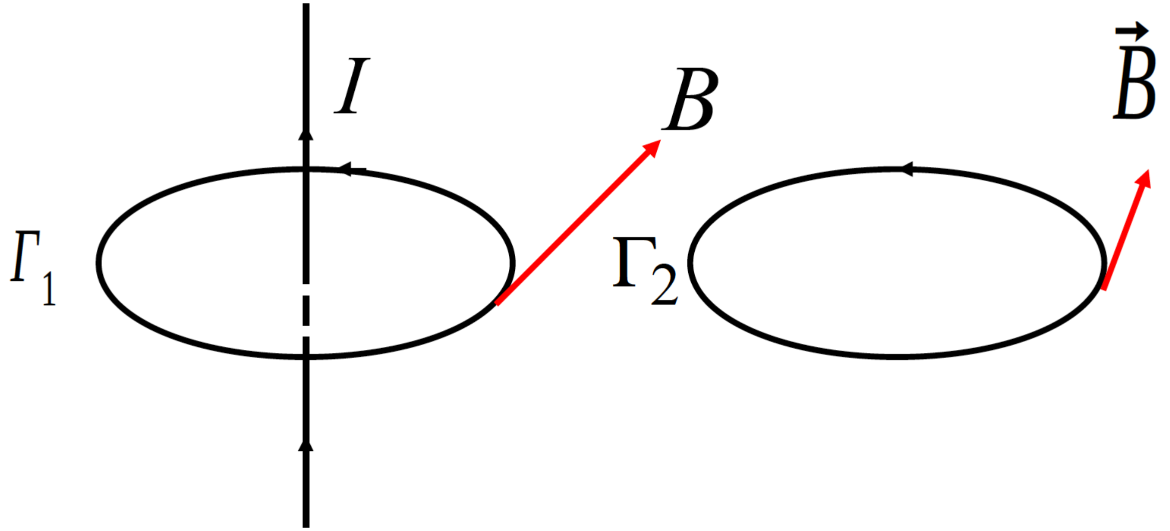
Esempio:



$$\Lambda_B = \oint B \cdot dl = \mu_0 (i_1 - i_2)$$

1) Il valore della circuitazione è **indipendente dalla forma del percorso** di integrazione.

2) Se il percorso di integrazione **non abbraccia** la corrente la **circuitazione** vale **zero**.



$$\int_{\Gamma_1} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad \int_{\Gamma_2} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$

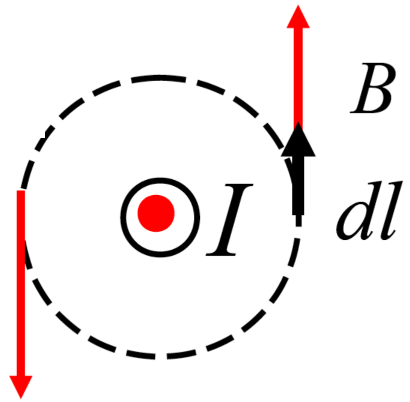
Analogia con le proprietà del flusso in Elettrostatica

La legge di Ampere è particolarmente utile quando si possono invocare argomenti di simmetria

Esempio 1: filo rettilineo indefinito

Linee di forza: **circonferenze centrate sul filo**, su ognuna di esse **il campo è uniforme**

Linea di forza come percorso di integrazione : il campo magnetico è tangente alle linee di forza

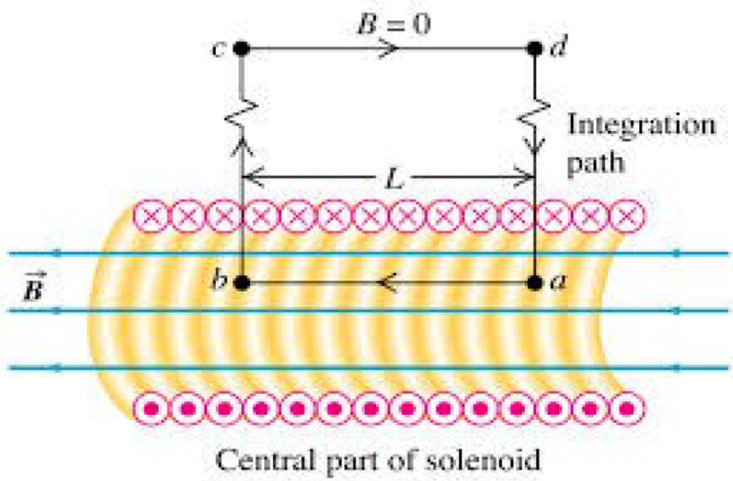


$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = B\oint dl = 2\pi r B$$

Dalla legge di Ampere: $2\pi r B = \mu_0 I$

Esempio 2: il solenoide



Il campo all'esterno del solenoide è nullo.

1) Verifica sperimentale

2) Legge di Ampere: lungo il circuito $\Gamma_B = 0$ perché non ci sono correnti concatenate

Si usa il teorema di Ampere in un circuito interno:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = B \oint dl = B\,L = \mu_0 N\, i$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} i = \mu_0 n i$$

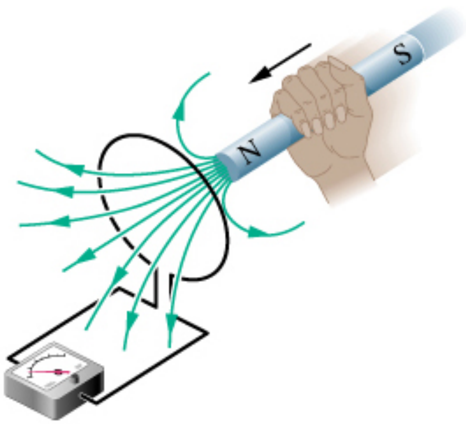
Induzione Magnetica

La **legge dell'induzione di Faraday** combina gli effetti dei campi elettrici e delle correnti, infatti sappiamo che

Corrente + campo magnetico $\Rightarrow$ momento torcente   motore elettrico

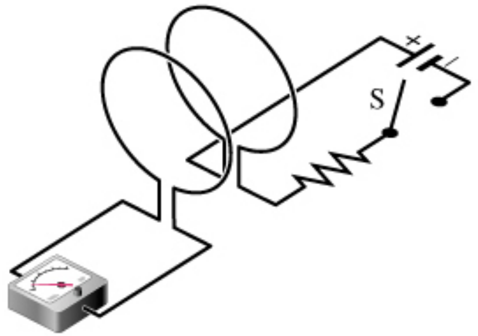
Momento torcente + campo magnetico $\Rightarrow$ corrente   generatore

Osservazioni sperimentali



1. Corrente generata solo se c'è **moto relativo tra spira e magnete, i = 0 quando il moto relativo termina**
2. La **rapidità del movimento** influisce sull' intensità della corrente
3. **Avvicinando** il polo **N** alla spira la corrente circola in **senso orario**, **allontanandolo** in senso **antiorario**, la **situazione si inverte con il polo Sud**

Se abbiamo una corrente indotta, allora il **lavoro fatto nell'unità di tempo** per far passare gli elettroni di conduzione attraverso la spira **è la f.e.m. indotta**. **Induzione elettromagnetica**



Tutto fermo, spire elettricamente isolate. **Chiudo** il circuito e **vedo i_2 nella seconda spira** poi tutto a zero di nuovo. **Apro** S e per un istante **vedo una corrente in senso opposto al precedente**.

Varia i_1 $\Rightarrow$ ho **i_2 indotta**, **i_1 stazionaria** $\Rightarrow$ **$i_2 = 0$**

Fenomeni di induzione dipendono dalla **variazione del flusso del campo magnetico**.

Legge di induzione di Faraday

In una spira viene indotta una f.e.m. quando il numero delle linee di forza del campo magnetico che attraversano la spira varia.

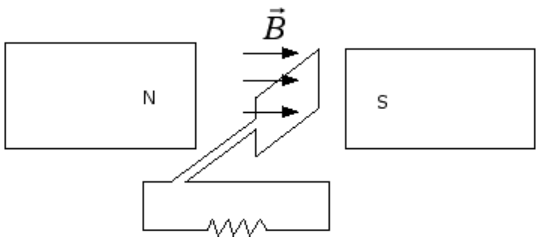
Legge di Faraday

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}\cdot\vec{n}\,ds$$

$$\Sigma = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

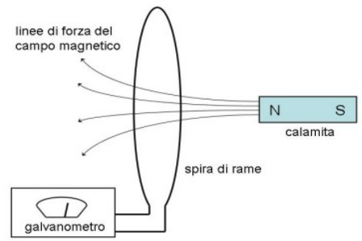
Forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$



Campo magnetico variabile genera campo elettrico

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$



Campi elettrici generati da cariche: le linee di forza partono dalla carica positiva e finiscono su quella negativa

Campi elettrici generati da variazioni di flusso: le linee di forza sono chiuse su se stesse

$$1.\quad \oint_L \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$$

$$2.\quad \oint_L \vec{E} \bullet d\vec{l} = f.e.m. = -\frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt}$$

Un **induttore** od induttanza è un elemento di un circuito in grado di produrre un campo magnetico noto in una zona predeterminata dello spazio. L'induttanza è definita come

$$L = \frac{N\Phi_{\vec{B}}}{i}$$

$$[L] = Henry \qquad 1H = 1Tm^2A^{-1}$$

$N\Phi_B$ = flusso concatenato

Calcoliamo ora **l'induttanza di un solenoide**
Prendiamo un solenoide molto lungo di sezione **A** e ne calcoliamo **l'induttanza per unità di lunghezza**. Prendiamo un pezzo di solenoide di lunghezza **l** vicino al centro del solenoide stesso, il flusso concatenato vale

$$N\Phi_{\vec{B}} = (nl)(BA) \qquad B = \mu_0 in$$

$$L = \frac{N\Phi_{\vec{B}}}{i} = \frac{(nl)\mu_0 inA}{i} = \mu_0 n^2 lA$$

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \qquad \text{L per unita' di lunghezza}$$

L è una quantità puramente geometrica

Autoinduzione

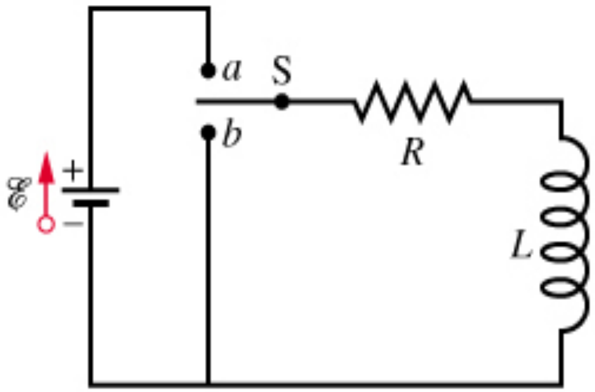
Se in un'induttanza **varia la corrente i**, si genera una **f.e.m. indotta $\mathcal{E}_L$**
$\mathcal{E}_L$ = forza elettromotrice autoindotta

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\left(N\Phi_{\vec{B}}\right)}{dt} \qquad \frac{N\Phi_{\vec{B}}}{i} = L$$

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\left(Li\right)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

$\mathcal{E}_L$ dipende dalla **rapidità della variazione di i nella bobina**.
L'induttanza ideale ha resistenza nulla

Circuiti RL



Portiamo S in a e chiudiamo il circuito. Abbiamo una **f.e.m = $\mathcal{E}$ improvvisa** nel circuito e comincia a circolare una corrente **i** che cresce nel tempo. Nell'induttanza si genera un $\mathcal{E}_L$ indotta in **verso opposto alla di/dt**

$$\boxed{\mathcal{E}_L = -\frac{di}{dt}L}$$

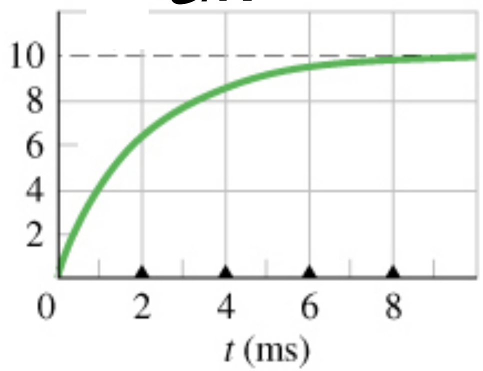
la corrente nella resistenza R è minore di $\mathcal{E}$/R. Dopo un certo tempo i arriva asintoticamente al valore massimo ed $\mathcal{E}_L$ cessa di esistere.
Il ruolo di **L** è allora quello di **contrastare inizialmente il crescere di i** nel circuito, in seguito, raggiunto il valore massimo di i, L si comporta come un conduttore.

$$\mathcal{E} = iR + L\frac{di}{dt}$$

Abbiamo una equazione differenziale la cui soluzione **i(t) deve soddisfare alla condizione iniziale i(0) = 0**.

i(t)

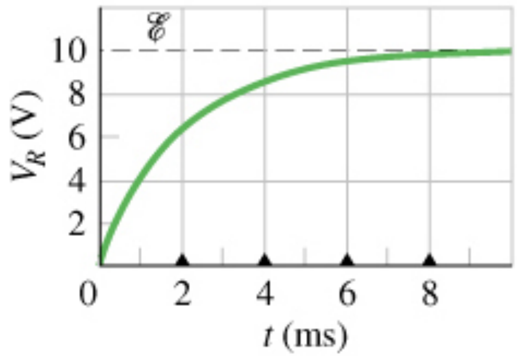
$\mathcal{E}$/R



(a)

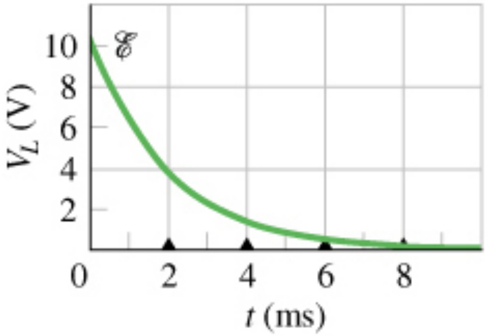
$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-(tR/L)}\right) \qquad \tau_L = \frac{L}{R} \qquad \tau_C = RC$$

$V_R = iR$



(a)

$V_R \Rightarrow \mathcal{E}$ per $t \rightarrow \infty$ 0 per t = 0



(b)

$$V_L = L\frac{di}{dt} = \frac{L\mathcal{E}}{R}\frac{R}{L}e^{-(t/\tau_L)} = \mathcal{E}e^{-(t/\tau_L)}$$

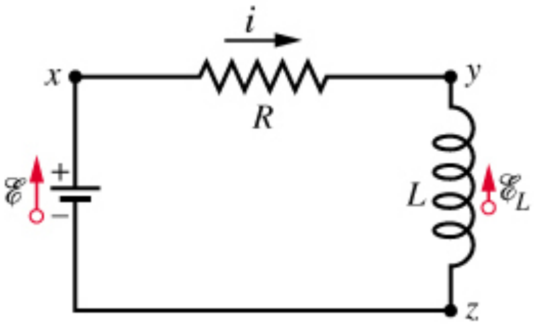
$V_L \Rightarrow 0$ per $t \rightarrow \infty$ $\quad \mathcal{E}$ per $t = 0$

Vediamo ora la **fase di scarica**

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \qquad i(0) = \frac{\mathcal{E}}{R} \qquad i(\infty) = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{\frac{t}{\tau_L}} = i_0\, e^{\frac{t}{\tau_L}}$$

Energia immagazzinata in un campo magnetico



$$\mathcal{E} = iR + L\frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E}i = i^2R + Li\frac{di}{dt}$$

Conservazione dell’energia in un circuito formato da una maglia

Campi Elettrici e Magnetici statici

Quando una carica elettrica NON accelera produce un campo ELETTRICO stazionario (quando è ferma)
e un campo MAGNETICO stazionario (quando è in moto “uniforme”).

Quando le condizioni NON sono stazionarie si produce un solo campo, quello ELETTROMAGNETICO.

Equazioni di Maxwell per i campi elettrici e magnetici statici

Forma integrale

$$\oint \vec{E} \bullet \vec{u}_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \bullet \vec{u}_n dS = 0$$

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 i$$

Forma differenziale

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$div\vec{B} = 0$$

$$rot\vec{E} = 0$$

$$rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Equazioni di Maxwell per i campi elettrici e magnetici non-statici

Forme differenziale

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$div\vec{B} = 0$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$$

Nello spazio libero (ovvero in assenza di sorgenti di carica e di corrente)

$$div\vec{E} = 0$$

$$div\vec{B} = 0$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$rot\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$