UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- FACOLTA' DI INGEGNERIA

III^a prova scritta di accertamento di FISICA I, Settore dell' Informazione, gruppi 0-1 (Prof. Gasparini) Padova, 18 Marzo 2006

Problema 1:

Un' asta AB di massa M=0,8 Kg e lunghezza ℓ = 1,5 m e' vincolata a ruotare in un piano verticale, sotto l' azione della forza peso, intorno all' asse orizzontale passante per il punto O a distanza d = ℓ/3 dal suo estremo A (vedi figura).

Sull' estremo A dell' asta e' incollato un blocchetto di massa m e dimensioni trascurabili. Determinare:

a) il valore di m per cui il sistema, posto inizialmente fermo con l' asta AB orizzontale, rimane in equilibrio in tale posizione:

Dall' equilibrio del momento delle forze esterne rispetto al punto O:

$$\mathbf{M}_O^{(E)} = 0 \;\Rightarrow\; mg\ell/3 - Mg\ell/6 = 0 \;\Rightarrow\; m = M/2 = 0{,}4 \text{ Kg}$$

b) il momento d' inerzia dell' asta rispetto all' asse di rotazione passante per O:

Utilizzando il teorema di Steiner:

$$I_O^{asta} = I_G^{asta} + M(\ell/6)^2 = M\ell^2/12 + M\ell^2/36 = M\ell^2/9 = 0{,}2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \;,$$

essendo $\ell/2 - d = \ell/2 - \ell/3 = \ell/6$ la distanza del centro di massa G dell' asta dall' asse di rotazione passante per O.

Nel caso in cui m = M, determinare:

c) l' accelerazione angolare con cui il sistema si mette in rotazione:

Si ha: $\alpha = M_O/I_{tot} = 4{,}9$ rad/s^2

dove $I_{tot} = I_O^{asta} + M(\ell/3)^2 = 0{,}4$ kg·m^2 e' il momento d'inerzia totale del sistema asta + blocchetto rispetto all' asse di rotazione in O, ed il momento totale delle forze esterne e' : $M_O = Mg\ell/3 - Mg\ell/6 = Mg\ell/6$

d) la distanza del centro di massa del sistema dall' asse di rotazione e la variazione di energia potenziale del sistema dopo la rotazione di un angolo $\theta = 30°$:

la posizione del CM del sistema asta+blocchetto rispetto al punto O (lungo l' asse x orientato da A a B):

$$d_{CM} = (-M\ell/3 + M\ell/6)/\,2M = -\ell/12 = -0{,}125 \text{ m}$$

(ossia il CM del sistema e' a sinistra del punto O);

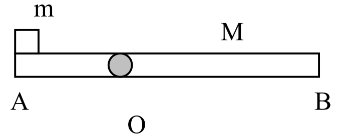
la variazione di energia potenziale nella rotazione e':

$$\Delta E_p = -2\,M\,g\,|d_{CM}|\,\sin\theta = -0{,}98 \text{ J}$$

e) la velocita' angolare del sistema in tale posizione:

Dalla conservazione dell' energia meccanica:

$$E_k^f = I_{tot}\,\omega^2/2 = -\,\Delta E_p \qquad \Rightarrow \qquad \omega = 2{,}21 \text{ rad/s}$$



Problema 2

Una massa puntiforme $m = 0{,}1$ Kg viene fatta cadere con velocita' iniziale nulla da un' altezza $y = 2R$ su di un disco di massa $M = 0{,}5$ kg e raggio $R = 0{,}4$ m, posto con il suo centro C fissato ad altezza $y = 0$ (vedi figura), intorno al quale il disco puo' ruotare. La massa m urta il disco nel punto P, rimanendo conficcata sul bordo. Il segmento CP forma inizialmente un angolo $\theta = 45°$ con l'asse x orizzontale. Determinare

a) il momento angolare L_C della massa m rispetto al centro C del disco subito prima dell' urto:

la massa m cade da un' altezza $\Delta y = 2R\text{-}R\sin\theta = 0{,}516$ m rispetto al punto P di impatto sul bordo del disco; la sua velocita' v all' impatto e' data dalla conservazione dell' energia meccanica durante la caduta:

$mg\,\Delta y = mv^2/2 \quad \Rightarrow v = 3{,}18$ m/s

Il momento angolare rispetto al centro C del disco e': $\mathbf{L}_C = \mathbf{CP}\times m\mathbf{v}$

$\Rightarrow\ L_C = mvR\,\sin(\pi/2-\theta) = mvR\,\cos\theta = 0{,}090$ Kg m^2/s

b) la velocita' angolare con cui dopo l'urto il sistema disco + punto materiale si mette in rotazione intorno al vincolo C:

Nell'urto, si conserva il momento angolare totale rispetto a C (l' unica forza esterna impulsiva e' la reazione vincolare applicata in C, che ha quindi momento nullo): $L_C = I\,\omega$

dove $I = MR^2/2 + mR^2 = 0{,}056$ Kg m^2

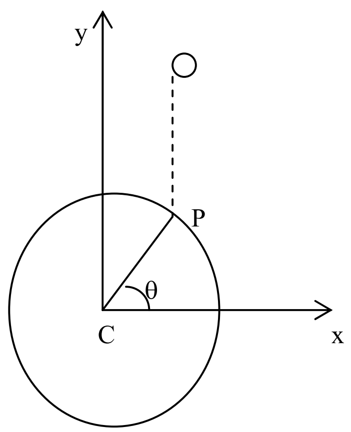
e' il momento d' inerzia totale del sistema disco + massa puntiforme;

$\Rightarrow\ \omega = 1{,}61$ rad/s .

c) l' energia dissipata nell' urto:

l' energia dissipata e' data dalla variazione di energia cinetica nell' urto, che e':

$$\Delta E_k = I\omega^2/2 - mv^2/2 = -0{,}43 \text{ J}$$



Problema 3

Due moli di gas ideale biatomico sono contenute in un recipiente chiuso da un pistone, inizialmente con volume V_A=30 dm^3, in contatto termico con un serbatoio a temperatura T_A= 400 K (stato A). Mantenendo il contatto termico, il gas viene fatto espandere reversibilmente fino allo stato B con pressione p_B=1,33·10^5 Pa. Il pistone viene quindi bloccato ed il gas viene messo in contatto termico con un secondo serbatoio, che sostituisce il primo, alla temperatura T_C= 326 K, finche' il gas raggiunge l' equilibrio termico col secondo serbatoio (stato C). Infine si riporta il gas nello stato iniziale A con una compressione adiabatica reversibile. Si disegni nel diagramma di Clapeyron la curva rappresentativa del ciclo A-B-C-A descritto, e si determini [si ricordi che per un gas ideale biatomico: c_V= 5/2 R, con R=8,31 J/(K·mole)]:

a) il volume dello stato B ed il calore assorbito nella trasformazione AB:

Dall' equazione di stato dei gas ideali:

$$V_B = nRT_B/p_B = 50\ dm^3\ ,\ \text{con}\ T_B = T_A;$$

il calore scambiato nell' espansione isoterma e'uguale al lavoro compiuto dal gas nella trasformazione, per il 1° Principio della Termodinamica ed essendo, per il gas ideale, $\Delta U_{AB} = 0$:

$$Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A \ln(V_B/V_A) = 3396\ J$$

b) il calore scambiato nella trasformazione BC:

la trasformazione BC e' un raffreddamento isocoro, nel quale viene ceduto il calore: $Q_{BC} = nc_V(T_C-T_B) = n(5R/2)(T_C-T_B) = -3075$ J

c) il rendimento del ciclo:

$$\eta = W/Q_{ass} = 1 + Q_{ced}/Q_{ass} = 1 + Q_{BC}/Q_{AB} = 0.095$$

essendo nella trasformazione adiabatica CA: $Q_{CA} = 0$.

La rappresentazione del ciclo nel piano di Clapeyron e' la seguente: