

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- FACOLTA' DI INGEGNERIA

III^a prova scritta di accertamento di FISICA I, Settore dell' Informazione,
gruppi 0-1 (Prof. Gasparini) Padova, 15 Marzo 2008

COGNOME:..... NOME:..... MATR.....

[N.B.: si scrivano le equazioni usate per ottenere i risultati; i soli risultati numerici, anche se corretti, non verranno considerati; si utilizzi per la soluzione anche il retro dei fogli]

Problema 1

Un disco omogeneo di massa $m=1,5$ kg e raggio $R = 0,3$ m viene trainato da una forza costante $F=12$ N applicata nel suo centro, in salita lungo un piano inclinato scabro. La forza ha la stessa inclinazione del piano, $\theta=30^\circ$, rispetto alla direzione orizzontale. Il moto del disco e' di puro rotolamento. Determinare:

- a) l' accelerazione del CM del disco e la forza d' attrito che si sviluppa nel punto di contatto con il piano:

$$F - mg \sin \theta - f_{\text{attr}} = m a_{\text{CM}}$$

$$f_{\text{attr}} R = I \alpha = (m R^2 / 2) a_{\text{CM}} / R \Rightarrow f_{\text{attr}} = m a_{\text{CM}} / 2$$

$$\Rightarrow a_{\text{CM}} = (2/3) (F/m - g \sin \theta) = 2,07 \text{ m/s}^2, \quad f_{\text{attr}} = 1,55 \text{ N.}$$

- b) il minimo valore del coefficiente d' attrito statico affinche' si verifichi il moto di puro rotolamento:

$$\mu_s = f_{\text{attr}} / mg \cos \theta = 0,122$$

- c) il lavoro totale compiuto dalle forze in gioco se il disco percorre la distanza $d=2$ m lungo il piano inclinato:

essendo il moto di puro rotolamento, il lavoro della forza d' attrito e' nullo; pertanto:

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_{\text{peso}} = Fd - mg d \sin \theta = 9,3 \text{ J}$$

- d) la velocita' del CM del disco dopo aver percorso la distanza d , nel caso in cui il disco sia inizialmente fermo:

dal teorema dell' energia cinetica:

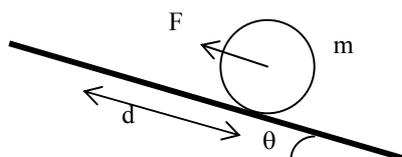
$$\Delta E_k = E_k^{\text{fin}} = I \omega^2 / 2 + m v_{\text{CM}}^2 / 2 = I (v_{\text{CM}}^2 / R)^2 + m v_{\text{CM}}^2 / 2 = W_{\text{tot}}$$

con $I = m R^2 / 2$

$$\Rightarrow v_{\text{CM}} = 2,87 \text{ m/s}$$

(o anche, essendo il moto del CM uniformemente accelerato:

$$v_{\text{CM}} = [2 a_{\text{CM}} d]^{1/2})$$



Problema 2

Un' asta omogenea di massa $M = 0,5 \text{ kg}$ e lunghezza $\ell = 0,8 \text{ m}$ e' vincolata a ruotare intorno al suo centro O . Inizialmente l' asta e' ferma e viene colpita nello stesso istante da due oggetti di dimensioni trascurabili e masse $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ e $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ rispettivamente, che procedono con velocita' opposte e di egual modulo $v = 2 \text{ m/s}$ (vedi figura), in direzione perpendicolare all' asta. L' urto e' completamente anelastico per entrambe le masse, che rimangono attaccate all' asta. Determinare:

- a) la velocita' iniziale del CM del sistema complessivo asta+ due oggetti:

orientando l' asse x verso destra:

$$v_{CM} = (m_1 - m_2)v / (m_1 + m_2 + M) = -0,25 \text{ m/s} \text{ (diretta verso sinistra)}$$

- b) il momento angolare totale del sistema rispetto al polo O :

$$L_O = (m_1 + m_2)v \ell / 2 = 0,24 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

- c) la velocita' angolare dell' asta dopo l' urto:

Per la conservazione del momento angolare nell' urto:

$$L_O = I_{tot} \omega$$

$$\text{con } I_{tot} = M \ell^2 / 12 + (m_1 + m_2) \ell^2 / 4 = 0,075 \text{ kg m}^2$$

$$\Rightarrow \omega = 3,2 \text{ rad/s}$$

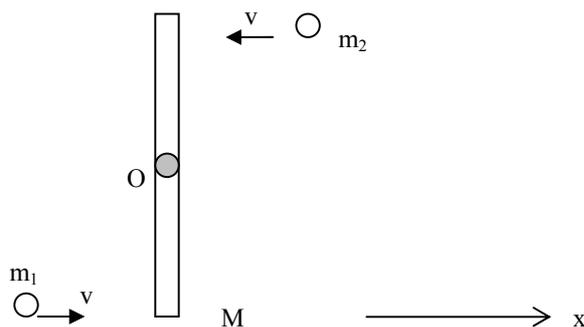
- d) la quantita' di moto finale del sistema e l' impulso trasferito al sistema dal vincolo in O :

$$P' = (m_1 + m_2 + M) v'_{CM} = (m_1 + m_2 + M) d_{CM} \omega = 0,128 \text{ kg m/s} \quad ,$$

$$\text{essendo } d_{CM} = [(m_2 - m_1) \ell / 2] / (m_1 + m_2 + M) = 0,05 \text{ m}$$

la distanza del CM del sistema dal polo O .

$$J = P' - P = P' - (m_1 + m_2 + M) v_{CM} = 0,072 \text{ N s}$$



Problema 3

$n = 2$ moli di un gas ideale biatomico (calore specifico molare a volume costante: $c_v = (5/2)R$, con $R = 8,31 \text{ J/(K}\cdot\text{mole)}$) vengono scaldate con una trasformazione irreversibile dallo stato A a temperatura $T_A = 300 \text{ K}$ e pressione $p_A = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ allo stato B a temperatura $T_B = 500 \text{ K}$ e pressione $p_B = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Nella trasformazione il gas compie il lavoro $W_{AB} = 3690 \text{ J}$. Successivamente il gas compie un'espansione adiabatica reversibile fino allo stato C con temperatura $T_C = 400 \text{ K}$. Il gas viene quindi raffreddato in maniera isocora fino a portarlo nello stato D alla temperatura $T_D = T_A$. Infine il gas viene compresso isotericamente e reversibilmente fino a tornare nello stato iniziale A. Si disegni il ciclo descritto nel piano di Clapeyron e si determini:

- a) il volume dello stato B ed il calore scambiato nella trasformazione AB:

$$V_B = nRT_B/p_B = 41,5 \text{ dm}^3,$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = 12000 \text{ J}$$

$$\text{essendo } \Delta U_{AB} = nc_v(T_B - T_A) = 8310 \text{ J}$$

- b) il volume nello stato C ed il lavoro subito nella compressione DA:

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow \\ V_C = 72,5 \text{ dm}^3,$$

$$W_{DA} = nRT_A \ln(V_A/V_D) = -3888 \text{ J}, \\ \text{essendo } V_D = V_C \quad \text{e} \quad V_A = nRT_A/p_A = 33,2 \text{ dm}^3$$

- c) il rendimento del ciclo:

$$\eta = 1 + Q_{ced}/Q_{ass} = 0,32$$

$$\text{essendo } Q_{ced} = Q_{CD} + Q_{DA} = nc_v(T_D - T_C) + W_{DA} = -8043 \text{ J}$$

$$\text{e} \quad Q_{ass} = Q_{AB}$$

