UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- FACOLTA' DI INGEGNERIA

I^{a} prova scritta di accertamento di FISICA I, Settore dell' Informazione,
canale 1 (Prof. Gasparini) Padova, 4 Aprile 2009

<u>Problema 1</u>

Un blocchetto di massa m = 0.5 Kg percorre su un piano orizzontale privo d'attrito una traiettoria circolare con raggio R=4 m, essendo vincolato al centro O della traiettoria da un filo inestensibile di lunghezza R. Sul blocchetto agisce inoltre una forza trainante F(t)=kt diretta sempre tangenzialmente alla traiettoria, con k = 0.2 N/s. Il blocchetto e' inizialmente fermo. Determinare:

a) il tempo t_1 impiegato a compiere un quarto di circonferenza:

L' accelerazione tangente e': $a_T(t)=kt/m$
La velocita' e': $v(t) = \int a_T(t)dt = kt^2/2m$

Lo spostamento lungo la traiettoria circolare e' : $s(t) =\int v(t)dt = kt^3/6m$

Al tempo t_1: $s(t_1)=R\pi/2 \quad \rightarrow \quad t_1 = [3\pi Rm/k]^{1/3} = 4,55$ s

b) il modulo dell' accelerazione nell' istante t_1 e la tensione del filo:

accelerazione tangente: $a_T(t_1) = kt_1/2 = 1,82$ m/s^2
accelerazione normale: $a_N(t_1) = v(t_1)^2/R = 4,28$ m/ s^2
quindi: $a= [a_T^{\ 2}+ a_N^{\ 2}]^{1/2} = 4,65$ m/ s^2

essendo $v(t_1) = k\, t_1^2/2m = 4,14$ m/s

La tensione del filo e': $T = m\, a_N = 2,14$ N

Problema 2

Due blocchetti di massa m_1=0.4 Kg e m_2 = 0.3 kg sono collegati da un filo inestensibile che scorre senza attrito su una carrucola. Il blocco m_1 poggia su un piano orizzontale privo d'attrito (vedi figura), mentre il blocco m_2 striscia su un piano scabro inclinato di un angolo θ=60° rispetto all' orizzontale, con coefficiente d' attrito dinamico μ_D=0.2 . Sul blocco m_1 agisce una forza orizzontale $\mathbf{F}(t)=(F_0+kt)\mathbf{u_x}$, con F_0=2 N e k=0.6 N/s. La velocita' iniziale di m_1 e m_2 e' in modulo v_0= 4m/s, con m_1 che si muove nella direzione positiva dell' asse x (ossia concordemente alla forza **F**, vedi figura). Determinare:

a) l' accelerazione iniziale a_0 delle due masse:

dalla legge di Newton per m_1 ed m_2 :

$$F_0 - T = m_1 a_0$$
$$T - m_2 g\sin\theta - \mu_D m_2 g\cos\theta = m_2 a_0$$

$$\rightarrow \ a_0 = [\ F_0 - m_2 g\sin\theta - \mu_D m_2 g\cos\theta\ ]/(\ m_1 + m_2\ ) = -1.2 \text{ m/s}^2$$

b) l' istante t_1 al quale l' accelerazione delle due masse e' nulla:

(**nota bene**: con i dati assegnati, la velocita' di m_2 e' sempre diretta in salita lungo il piano inclinato)

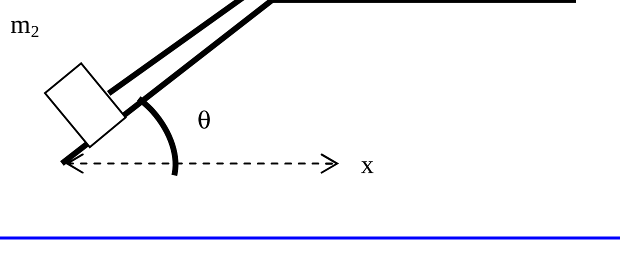
$$a(t) = [\ F_0 + kt - m_2 g\sin\theta - \mu_D m_2 g\cos\theta\ ]/(\ m_1 + m_2\ ) = 0$$

$$\rightarrow \ t_1 = [\ m_2 g\sin\theta + \mu_D m_2 g\cos\theta - F_0\ ] / k = 1{,}4 \text{ s}$$

c) si dimostri che nell' istante generico l ' accelerazione e' $a(t) = a_0 + kt / (m_1+m_2)$, e si determini la velocita' dei due blocchi all' istante t_1:

$$a(t) = [\ F_0 + kt - m_2 g\sin\theta - \mu_D m_2 g\cos\theta\ ]/(\ m_1 + m_2\ ) =$$
$$= [\ F_0 - m_2 g\sin\theta - \mu_D m_2 g\cos\theta\ ]/(\ m_1 + m_2\ ) + kt /(\ m_1 + m_2\ ) =$$
$$= a_0 + kt / (m_1+m_2)$$

$$v_1 = v_0 + \int a(t)\, dt = v_0 + \int [a_0 + kt / (m_1+m_2)\ ]\, dt =$$
$$= v_0 + a_0 t_1 + k t_1^2/2(m_1+m_2) = 3{,}16 \text{ m/s}$$



Problema 3:

Il carrello del trenino di un Luna-Park di massa m= 400 kg percorre un tratto di montagne russe schematizzato dal percorso ABCDE illustrato in figura. Nel tratto AB inclinato dell' angolo θ=30° rispetto alla direzione orizzontale, un motore a cremagliera fa salire il carrello a velocita' costante v_0= 5 m/s. Il carrello percorre quindi senza attriti il tratto BCD sotto l'azione della forza peso e rallenta nel tratto orizzontale DE per effetto di una forza frenante F=1200 N fino a fermarsi nel punto E. Il dislivello tra B e C e' h=6 m, mentre tra C e D e' h/2. La traiettoria nell' intorno del punto piu' basso C e' un arco di circonferenza di centro O e raggio R = 10 m. Determinare:

a) la potenza erogata dal motore nel tratto AB:

$$P = F_{motore}v_0 = mg\sin\theta v_0 = 9{,}8 \text{ kW}$$

b) la velocita' del carrello nel punto C e la reazione vincolare della rotaia in quel punto:

dalla conservazione dell' energia tra i punti B e C:

$mgh + mv_0^2/2 = mv_C^2/2 \quad \rightarrow \quad v_C = [v_0^2 + 2gh]^{1/2} = 11{,}94$ m/s

Dalla legge di Newton proiettata sull' asse normale alla traiettoria

$\Phi - mg = ma_N = mv_C^2/R \rightarrow \Phi = mg + ma_N = 9424$ N

c) il tempo di frenata nel tratto DE e la lunghezza L del tratto DE :

la velocita' in D e' data dalla conservazione dell' energia:

$mgh/2 + mv_D^2/2 = mv_C^2/2 \quad \rightarrow \quad v_D = [v_C^2 - gh]^{1/2} = 9{,}15$ m/s

l' accelerazione nel tratto DE e' : $a = F/m = 3$ m/s^2

il tempo di frenata e' : $t = v_D/a = 3{,}05$ s

Lo spazio percorso e' :

$$L = v_D t - at^2/2 = 13{,}95 \text{ m}$$