UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- FACOLTA' DI INGEGNERIA

I[a] prova scritta di accertamento di FISICA I, Settore dell' Informazione, gruppi 0-1 (Prof. Gasparini) Padova, 2 Febbraio 2008

COGNOME:…………………………. NOME:…………………………. MATR……………

[N.B.: si scrivano le equazioni usate per ottenere i risultati; i soli risultati numerici, anche se corretti, non verranno considerati; si utilizzi per la soluzione anche il retro dei fogli]

Problema 1

Un punto materiale percorre una traiettoria circolare nel piano (x,y) con raggio r=8 m, compiendo un moto esponenzialmente smorzato: $v(t)=v_0e^{-kt}$, con velocita' iniziale $v_0=3$ m/s e costante di smorzamento $k=0.2\ s^{-1}$. Determinare:

a) la velocita' v_1 e la componente normale alla traiettoria a_N dell' accelerazione nell' istante $t_1= 7$ s:

$$v_1 = v_0e^{-k\,t1} = 0.738 \text{ m/s}$$
$$a_N\,(t_1) = v_1^2/R = 0.068 \text{ m/s}^2$$

b) il modulo dell' accelerazione nello stesso istante:

$$a = [a_N(t_1)^2+a_T(t_1)^2\,]^{1/2} = 0.163 \text{ m/s}^2$$

dove $a_T(t) = dv(t)/dt = -kv_0e^{-kt}$, $\Rightarrow$ $a_T(t_1) = -k\,v_1 = -0.148 \text{ m/s}^2$

c) lo spazio percorso all' istante t_1 ed il tempo t_2 impiegato per compiere ¼ di circonferenza: $s(t) = \int v(t)dt = (v_0/k)\,(1- e^{-kt})$

$$s_1 = (v_0/k)\,(1- e^{-k\,t1}) = 11.3 \text{ m}$$
$$s_2 = \pi R/2 = 12.57 \text{ m}\,,\quad s_2k/v_0 = (1- e^{-k\,t2})$$

$$\Rightarrow\ t_2 = (1/k)\,\ln\,[v_0/\,(v_0-s_2k)] = 9.1 \text{ s}$$

Problema 2

Un punto materiale compie un moto parabolico nel piano (x,y) con accelerazione a costante diretta lungo l' asse y , velocita' iniziale di modulo v_0= 5 m/s e posizione iniziale (x_0,y_0) con $x_0 = 0$.
L' equazione della traiettoria e' : $y(x) = A + Bx + Cx^2$,
con A= 4 m, B=1,5 e C = -0,13 m^{-1}. Si scrivano le equazioni parametriche x(t) e y(t) della traiettoria e si determinino:

a) la posizione iniziale y_0 e l'angolo iniziale θ_0 che il vettore velocita' $\mathbf{v_0}$ forma con l' asse x:

eq. parametriche della traiettoria:

$x(t) = v_{0x}\, t \qquad \Rightarrow t = x/v_{0x}$

$y(t) = y_0 + v_{0y}t + at^2/2$

$\Rightarrow\ y(x) = y_0 + (v_{0y}/v_{0x})\, x + a\, x^2 / (2v_{0x}^2)$

Confrontando con l' equazione data per la traiettoria, si ottiene:

$y_0 = A = 4$ m

$v_{0y}/v_{0x} = B = \tan\theta_0 \ \Rightarrow \theta_0 = \arctan(B) = 56.3^\circ$

b) l' accelerazione a e l' istante t_M al quale la coordinata y e' massima:

$C = a / (2v_{0x}^2) \ \Rightarrow \quad a = 2\, C\, v_{0x}^2 = -2\ m/s^2$

essendo $v_{0x} = v_0 \sin\theta_0 = 2.77$ m/s

Inoltre: $v_y(t_M) = v_{0y} + a\, t_M = 0 \quad \Rightarrow\ t_M = -v_{0y}/a = 2{,}08$ s

essendo $v_{0y} = v_0 \cos\theta_0 = 4.16$ m/s

Problema 3:

Un corpo di massa m = 0,25 kg si muove nel piano (x,y) soggetto ad una forza $\mathbf{F_1}(t) = k\ t\ \mathbf{u_x}$ diretta lungo l' asse x e a una forza costante $\mathbf{F_2}=F_2\mathbf{u_y}$ diretta lungo l' asse y, con k=0,5 N/s e F_2 = 0.8 N. All' istante iniziale il corpo e' fermo nell' origine degli assi. Determinare:

a) le componenti (a_x,a_y) dell' accelerazione all' istante t_1= 2 s ed il modulo v_1 della velocita' in quell' istante:

$$\mathbf{F^{tot}} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = m\ \mathbf{a}$$

$$a_x\ (t)= F_x(t)/m = kt\ /m \quad \Rightarrow a_x\ (t_1)= kt_1\ /m = 4\ m/s^2$$

$$a_y = F_2/m = 3.2\ m/s^2$$ (costante: il moto lungo l' asse y e' uniformemente accelerato)

$$v_x(t)= \int a_x(t)\ dt = kt^2/(2m) \ \Rightarrow v_x(t_1)= kt_1^2/(2m) = 4\ m/s$$

$$v_y(t)= \int a_y\ dt = F_2t\ /\ m \ \Rightarrow v_y(t_1)= F_2t_1/m = 6.4\ m/s$$

$$\Rightarrow v_1 = [\ v_x^2+v_y^2]^{1/2} = 7.55\ m/s$$

b) la posizione (x_1,y_1) in quell' istante:

$$x(t) = \int v_x(t)\ dt = \ k\ t^3/\ (6m)$$

$$y(t) = \int v_y(t)\ dt = \ F_2\ t^2/\ (2m)$$

$$\Rightarrow \qquad x_1 = x(t_1\ ) = 2.67\ m$$

$$y_1 = y(t_1) = 6.4\ m$$

Problema 4:

Due oggetti di massa m_1 = 2 kg e m_2= 4 kg sono sovrapposti come in figura e si muovono insieme su un piano orizzontale scabro. Il coefficiente d' attrito dinamico tra il piano e' il corpo inferiore e' μ_D=0.2 .
Il corpo superiore m_2 e' collegato, tramite una fune inestensibile che scorre su una carrucola di massa trascurabile, ad un corpo di massa m_3 = 3 kg che si muove verticalmente soggetto alla forza peso. Determinare:

a) l' accelerazione delle tre masse:

legge di Newton per la massa m_3 : $m_3g - T = m_3 a$
legge di Newton per la massaq m1+m2: $T - \mu_D(m_1+m_2)\, g = (m_1+m_2)\, a$

$$\Rightarrow \quad m_3g - \mu_D(m_1+m_2)\, g = (m_1+m_2+m_3)\, a$$

$$\Rightarrow \quad a = g\,[m_3 - \mu_D(m_1+m_2)] / (m_1+m_2+m_3) = 1,96 \text{ m/s}^2$$

b) la forza d' attrito statico F_S che si sviluppa tra le masse m_1 e m_2:

legge di Newton per la massa m_1:

$$F_S - \mu_D(m_1+m_2)\, g = m_1 a \quad \Rightarrow \quad F_S = \mu_D(m_1+m_2)\, g + m_1 a = 15,68 \text{ N}$$

b) il minimo valore del coefficiente d' attrito statico tra le due masse m_1 e m_2 affinche' il moto descritto sia possibile:

$$F_S \le \mu_S\, m_2 g \quad \Rightarrow \quad \mu_S \ge F_S/ m_2 g = 0,4$$