

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- FACOLTA' DI INGEGNERIA

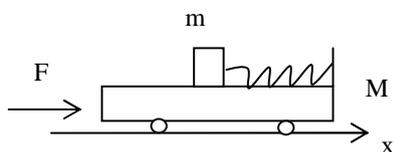
**Prova scritta di accertamento di FISICA I, Settore dell' Informazione,
canale 1 (Prof. Gasparini)**

Padova, 21 Aprile 2012

Problema 1

Un blocco di massa $m=2$ kg e' poggiato su un carrellino di massa $M=3$ kg libero di muoversi su un piano orizzontale. Tra il blocco e il carrellino non vi e' attrito. Il blocco e' attaccato ad una molla di costante elastica $k = 10$ N/m, vincolata all' altro suo estremo ad un estremo del carrellino (vedi figura). Inizialmente la molla e' a riposo e le masse sono ferme. Una forza orizzontale $F=15$ N viene applicata come in figura, spingendo il carrellino. Determinare:

- le accelerazioni iniziali del carrellino e del blocco: $a_M^0 = \dots\dots\dots$,
 $a_m^0 = \dots\dots\dots$
- l' accelerazione del carrellino e l' accelerazione relativa del blocco m rispetto al carrellino nell' istante in cui la molla si e' allungata della quantita' $\Delta x=0,3$ m :
 $a_M = \dots\dots\dots$, $a'_m = \dots\dots\dots$
- l' allungamento della molla nell' istante in cui il blocco ed il carrellino hanno la stessa accelerazione, ed il valore dell' accelerazione: $\Delta x_1 = \dots\dots\dots$,
 $a = \dots\dots\dots$



Soluzione:

- $a_M^0 = F/M = 5$ m/s², $a_m^0 = 0$ (inizialmente su m non agisce alcuna forza lungo l' asse x)
- $F - k\Delta x = Ma_M \Rightarrow a_M = 4$ m/s²
 $a_m = k\Delta x / m = 1,5$ m/s²
 $a_m = a'_m + a_{tr} = a'_m + a_M \Rightarrow a'_m = a_m - a_M = -2,5$ m/s²
- $F - k\Delta x_1 = Ma$
 $k\Delta x_1 = m a \Rightarrow F = (M+m) a \Rightarrow a = F / (M+m) = 3$ m/s²
 $\Delta x_1 = m a / k = 0,6$ m

Problema 2

Un blocchetto di massa $m=0,1$ kg e dimensioni trascurabili scorre su un piano orizzontale, spinto da una molla di costante elastica $k = 8$ N/m. Inizialmente il blocchetto e' fermo. Il piano e' scabro nella parte AO (vedi figura), dove A e' la posizione iniziale del blocchetto e O la posizione di riposo della molla, in cui la molla si stacca dal blocchetto. Successivamente il piano e' liscio, ed e' raccordato ad una guida circolare verticale e priva di attrito, di raggio $R = 0,4$ m e centro C. Il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano nel tratto AO e' $\mu_D=0,4$, e la lunghezza del tratto AO e' $d=0,5$ m. Determinare:

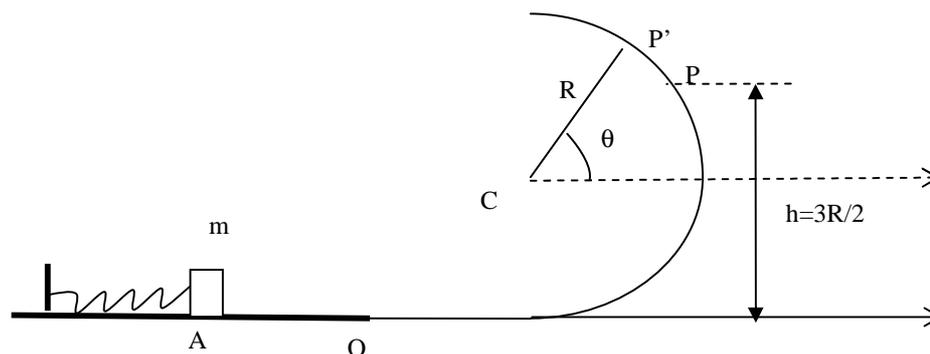
a) la velocita' del blocchetto quando passa per O e l' impulso trasferito al blocchetto fino a questo istante dalla risultante delle forze che agiscono su di esso :

$$v_o = \dots\dots\dots, J = \dots\dots\dots$$

b) la reazione vincolare della guida quando il blocco raggiunge il punto P ad altezza $h=(3/2)R$ rispetto al piano: $\Phi = \dots\dots\dots$

(n.b.: il blocco nel punto P e' ancora a contatto con la guida)

c) il valore dell' angolo θ descritto con la direzione orizzontale dal segmento CP' (vedi figura), dove P' e' il punto di distacco del blocco dalla guida: $\theta = \dots\dots\dots$



Soluzione:

a) La variazione dell' energia meccanica totale nel tratto AO e':

$$\Delta E_M = mv_o^2/2 - kd^2/2 = W_{attr} = -\mu_D mg d$$

$$\Rightarrow v_o = [kd^2/m - 2\mu_D gd]^{1/2} = 4 \text{ m/s}$$

L' impulso trasferito e': $J = \Delta p = mv_o = 0,4 \text{ N s}$

b) $\Phi + mg \sin\theta_p = mv_p^2/R$ con $\sin\theta_p = 3/5$

Inoltre, per la conserv. dell' energia meccanica: $mv_o^2/2 = mv_p^2 + mg3R/2$

$$\Rightarrow v_p = [v_o^2 - 3gR]^{1/2} = 2,06 \text{ m/s}$$

$$\text{quindi: } \Phi = mv_p^2/R - mg \sin\theta_p = 0,57 \text{ N}$$

c) imponendo $\Phi=0$ nell' equazione precedente: $mv^2/R = mg \sin\theta$

mentre, sempre per la conserv. dell' energia meccanica:

$$mv_o^2/2 = mv^2/2 + mg(R+R \sin\theta) \Rightarrow mv^2 = mv_o^2 - 2mgR(1+\sin\theta)$$

$$\text{quindi: } mg \sin\theta = mv_o^2/R - 2mg(1+\sin\theta) \Rightarrow 3g \sin\theta = v_o^2/R - 2g$$

$$\Rightarrow \sin\theta = v_o^2/3gR - 2/3 = 0,694 \Rightarrow \theta = 44^\circ$$

Problema 3

Due blocchi di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 4 \text{ kg}$ sono collegati da una molla di costante elastica $k = 50 \text{ N/m}$ disposta verticalmente come in figura. Il blocco inferiore m_2 è poggiato su un piano orizzontale ed entrambi i blocchi sono in equilibrio statico. Determinare:

- a) la compressione della molla e la reazione vincolare del piano:

$$\Delta y = \dots\dots\dots, \Phi = \dots\dots\dots$$

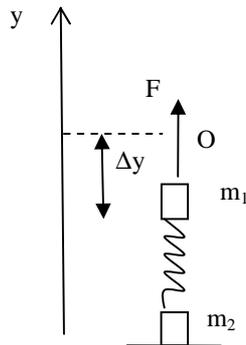
Ad un certo istante viene applicata una forza verticale costante $F = 15 \text{ N}$ al blocco superiore, che viene trainato verso l'alto. Determinare:

- b) l'accelerazione iniziale della massa 1: $a_{in} = \dots\dots\dots$,
 c) la velocità della massa m_1 quando raggiunge il punto O in cui la molla assume la posizione di riposo: $v_o = \dots\dots\dots$
 (si assuma che la massa m_2 non si è sollevata dal piano, e si verifichi che questo è vero)
 d) il massimo allungamento della molla rispetto alla posizione di riposo e l'accelerazione di m_1 in quell'istante:

$$\Delta y_1 = \dots\dots\dots, a_1 = \dots\dots\dots$$

(n.b: la massa m_2 continua ad essere poggiata sul piano)

- e) il minimo valore di m_2 affinché il blocco m_2 non si stacchi dal piano durante l'intero moto di m_1 :
 $m_2^{\min} = \dots\dots\dots$



Soluzione

- a) $m_1 g = k \Delta y \Rightarrow \Delta y = m_1 g / k = 0,392 \text{ m}$
 $\Phi - m_2 g - k \Delta y = 0 \Rightarrow \Phi = (m_1 + m_2) g = 58,8 \text{ N}$
 b) la forza totale su m_1 all'istante iniziale è: $F + k \Delta y - m_1 g = F$
 $\Rightarrow a_{in} = F / m_1 = 7,5 \text{ m/s}^2$
 c) per il teorema dell'energia cinetica:
 $W_{tot} = W_{el} + W_{peso} + W_F = k \Delta y^2 / 2 - m g \Delta y + F \Delta y = \Delta E_k = m v_o^2 / 2 = 2,04 \text{ J}$
 $\Rightarrow v_o = [2 W_{tot} / m_1]^{1/2} = 1,43 \text{ m/s}$
 d) sempre per il teorema dell'energia cinetica applicato nel moto dal punto O al punto finale di massima estensione della molla ($v_{finale} = 0$):
 $\Delta E_k = -m v_o^2 = -k \Delta y_1^2 / 2 - m g \Delta y_1 + F \Delta y_1$ essendo ora negativo il lavoro della forza elastica: $W_{el} = -k \Delta y_1^2 / 2$
 Risolvendo rispetto a Δy_1 : $\Delta y_1 = (F - m g + [(m g - F)^2 + k m v_o^2]^{1/2}) / k = 0,208 \text{ m}$

$$m_1 a_1 = F - m_1 g - k \Delta y_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = -7,5 \text{ m/s}^2$$

in quell' istante, la reazione vincolare del piano su m_2 deve essere maggiore di zero:

$$\Phi_2 = m_2 g - k \Delta y_1 > 0 \quad \Rightarrow \quad m_2 > k \Delta y_1 / g = 1,06 \text{ kg}$$