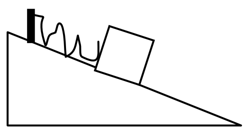
Domande d'esame tratte dalle prove di accertamento in itinere degli anni precedenti

1) Una pallina di massa m=0,05 kg , appesa ad un filo inestensibile di lunghezza L = 1,2 m , oscilla in un piano verticale sotto l'azione della forza peso. Quando passa per la verticale, ha una velocita' v_0 = 1,5 m/s. Calcolare la tensione del filo T in quell' istante:

   T =……

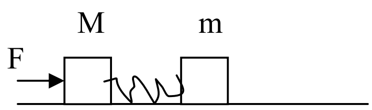
2) Un blocchetto di massa m=0,2 kg e' poggiato in quiete su un piano scabro, inclinato di $\theta=10^o$ rispetto ad un asse orizzontale. Esso e' attaccato all'estremita' inferiore di una molla di costante elastica k=4N/m (vedi figura). La molla e' compressa di Δx=6 cm rispetto alla posizione di riposo. Il coefficiente d'attrito statico e' μ_S=0,4. Determinare:
   - la forza d'attrito statico che si sviluppa: F_S=
   - la massima compressione della molla perche' il corpo rimanga in quiete:

   Δx^{MAX}=........



3) Due oggetti di massa m=3 Kg e M = 5 Kg sono attaccati ai due estremi du una molla di costante elastica k=50 N/m. I due corpi procedono con velocita' eguali su un piano orizzontale privo d'attrito, spinti da una forza F = 20 N che agisce sulla massa M.

   Determinare la compressione della molla: Δx =.........



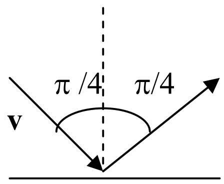
Ripetere l 'esercizio nel caso in cui la forza F tiri il corpo di massa m (in questo caso la molla e' allungata).

4) Ad un oggetto di massa m= 2 kg sono applicate contemporaneamente due forze: $\mathbf{F_1} = (F_{1x},F_{1y}) = (3,0)$ N e $\mathbf{F_2} = (F_{2x},F_{2y}) = (0,4)$ N. Si determini il modulo dell'accelerazione **a** dell' oggetto e l'angolo θ tra il vettore **a** e l'asse x.

a = …….., θ = ……..

5) Si enunci il teorema dell' impulso.

Si calcoli l'impulso trasferito dal pavimento ad una palla di massa m=0,4 kg che lo colpisca con velocita' v=5m/s inclinata di π /4 rispetto alla normale al pavimento, rimbalzando con la stessa velocita' in direzione perpendicolare a quella incidente (vedi figura).



6) Si scriva l'equazione differenziale di un moto armonico.

Si esprima la pulsazione ω per un moto armonico di una massa m sulla quale agisce una forza elastica di costante elastica k. Si calcoli il periodo di oscillazione per m = 0,5 kg e k = 20 N/m.

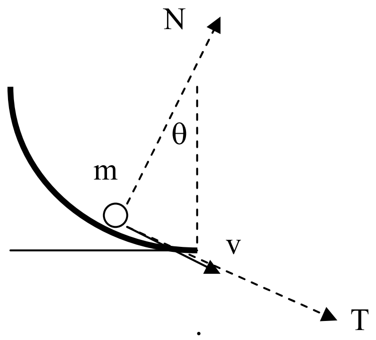
ω = ….... T = ...

7) Ad un oggetto di massa m = 2 Kg sono applicate contemporaneamente una forza di intensita' $F_1 = 2$ N ed una forza $F_2=2F_1$ che forma un angolo $\theta=30^o$ con la direzione di $\mathbf{F_1}$. Calcolare il modulo dell' accelerazione dell' oggetto:

a =………..

8) Una pallina di massa m = 0,1 Kg scende sotto l' azione della forza peso m**g** lungo la guida circolare priva di attrito di raggio R=0,5 m disegnata in figura, posta in un piano verticale. Detta **Φ** la reazione vincolare esercitata dalla guida, si scriva la equazione vettoriale che esprime la 2ª legge di Newton per il moto della pallina, e si scrivano le proiezioni di tale equazione lungo gli assi N e T, rispettivamente normale e tangente alla traiettoria. Se nel punto di posizione $\theta=30^o$ (vedi figura) la velocita' e' v=1,5 m/s, determinare in tale posizione:

- l' accelerazione normale della pallina: a_N =………..
- il modulo dell' accelerazione: a = …….
- il modulo della reazione vincolare: Φ = ……..

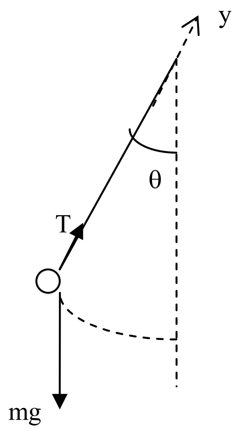


Soluzioni:

1) Una pallina di massa m=0,05 kg , appesa ad un filo inestensibile di lunghezza L = 1,2 m , oscilla in un piano verticale sotto l'azione della forza peso. Quando passa per la verticale, ha una velocita' v_0 = 1,5 m/s. Calcolare la tensione del filo T in quell' istante.

Proiettando la legge di Newton lungo l' asse y normale alla traiettoria circolare della pallina: $m\, a_N = mv_o^2/L = T - mg \cos\theta$

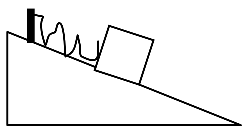
$\Rightarrow \quad T = mv_o^2/L + mg \cos\theta = 0{,}557$



2) Un blocchetto di massa m=0,2 kg e' poggiato in quiete su un piano scabro, inclinato di $\theta=10^o$ rispetto ad un asse orizzontale. Esso e' attaccato all'estremita' inferiore di una molla di costante elastica k = 4N/m (vedi figura). La molla e' compressa di Δx=6 cm rispetto alla posizione di riposo. Il coefficiente d'attrito statico e' μ_S=0,4. Determinare:
   - la forza d'attrito statico che si sviluppa; essa equilibra la spinta della molla (diretta verso il basso) e la componente della forza peso lungo il piano inclinato:

     $F_S = k\,\Delta x + mg \sin\theta = 0{,}58$ N
   - la massima compressione della molla perche' il corpo rimanga in quiete; la forza d' attrito che si sviluppa e' inferiore o uguale alla massima forza d' attrito statico possibile:

$$F_S = k\,\Delta x + mg \sin\theta \le F_s^{max} = \mu_S\, mg \cos\theta$$
$$\Rightarrow \Delta x \le mg\,(\mu_S \cos\theta - \sin\theta) / k = \Delta x^{MAX} = 0{,}108 \text{ m}$$



3) Due oggetti di massa m=3 Kg e M = 5 Kg sono attaccati ai due estremi du una molla di costante elastica k=50 N/m. I due corpi procedono con velocita' eguali su un piano orizzontale privo d'attrito, spinti da una forza F = 20 N che agisce sulla massa M.

Determinare la compressione della molla.

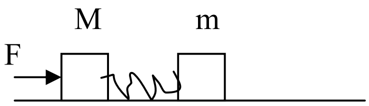
La legge di Newton per l' oggetto di massa m e': $ma = k\,\Delta x$

mentre per l' oggetto di massa M e': $Ma = F - k\Delta x$

Sommando le due equazioni membro a membro:

$$(M + m)\,a = F \quad \text{ossia} \quad a = F / (m+M) = 2{,}5 \text{ m/s}^2$$

(questa e' anche l' equazione relativa ad un unico oggetto di massa complessiva M+m, sospinto dalla sola forza F)

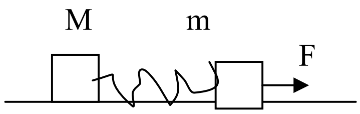


In definitiva: $\Delta x = ma / k = m F / [k (m+M)] = 0{,}15$ m

Nel caso in cui F sia applicata , in trazione, alla massa m, si ha:

$Ma = k\,\Delta x$

$m\,a = F - k\,\Delta x$



$\Rightarrow$ $(m + M)\,a = F$ (l' accelerazione e' ovviamente uguale al caso precedente); l' estensione della molla e' : $\Delta x = M a/k = M F / [(m+M)k] = 0{,}25$ m.

4) Ad un oggetto di massa m= 2 kg sono applicate contemporaneamente due forze: $\mathbf{F_1} = (F_{1x},F_{1y}) = (3,0)$ N e $\mathbf{F_2} = (F_{2x},F_{2y}) = (0,4)$ N. Si determini il modulo dell'accelerazione **a** dell' oggetto e l'angolo θ tra il vettore **a** e l'asse x.

Le due forze sono tra loro perpendicolari; il modulo della forza totale e':

$F = (3^2 + 4^2)^{1/2} = 5$ N

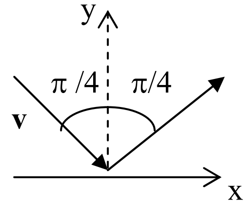
e quindi l' accelerazione cui e' soggetto il corpo e': $a = F/m = 2{,}5$ m/s

La sua direzione forma l' angolo θ con l' asse x tale che:

$\tan\theta = F_{2y} / F_{1x} = 4/3$ ossia $\theta = 53{,}1\,^{o}$.

5) Il teorema dell' impulso afferma che:
   L' impulso **J** trasferito in un dato intervallo di tempo da una forza ad un corpo e' uguale alla variazione di quantita' di moto **p** del corpo nello stesso intervallo:
   $\mathbf{J} = \Delta\, \mathbf{p}$

Si calcoli l'impulso trasferito dal pavimento ad una palla di massa m=0,4 kg che lo colpisca con velocita' v=5m/s inclinata di π /4 rispetto alla normale al pavimento, rimbalzando con la stessa velocita' in direzione perpendicolare a quella incidente (vedi figura).



La quantita' di moto lungo l' asse orizzontale x non varia; quindi $J_x = \Delta p_x = 0$
Invece: $J_y = \Delta p_y = mv_y - (-mv_y) = 2mv_y = 2mv\cos(\pi/4) = 2{,}84\ \mathrm{N \cdot s}$

6) L' equazione differenziale del moto armonico e': $\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega^2 x(t)$

Si esprima la pulsazione ω per un moto armonico di una massa m sulla quale agisce una forza elastica di costante elastica k. Si calcoli il periodo di oscillazione per m = 0,5 kg e k = 20 N/m.

$\omega = [k/m]^{1/2}$ $\qquad T = 2\pi / \omega = 0{,}99$ s

7) Ad un oggetto di massa m = 2 Kg sono applicate contemporaneamente una forza di intensita' $F_1 = 2$ N ed una forza $F_2=2F_1$ che forma un angolo $\theta=30^o$ con la direzione di $\mathbf{F_1}$. Calcolare il modulo dell' accelerazione dell' oggetto.

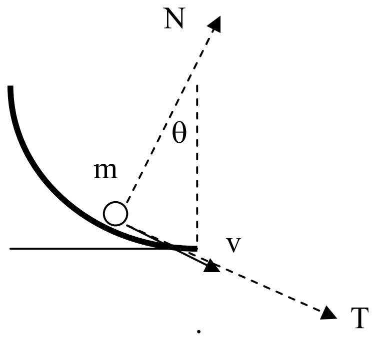
. Orientato l'asse x lungo la direzione di $\mathbf{F_1}$, la forza totale $\mathbf{F} = \mathbf{F_1}+\mathbf{F_2}$ ha componenti:

$F_x = F_1 + 2F_1 \cos\theta = 5{,}46$ N
$F_y = 2\, F1 \sin\theta = 2$ N

Il modulo della forza e' $F = [F_x^2+F_y^2]^{1/2} = 5{,}81$ N
L' accelerazione del corpo e' : $a = F/m = 2{,}9\ \mathrm{m/s^2}$

8) Una pallina di massa m = 0,1 Kg scende sotto l' azione della forza peso m**g** lungo la guida circolare priva di attrito di raggio R=0,5 m disegnata in figura, posta in un piano verticale. Detta **Φ** la reazione vincolare esercitata dalla guida, si scriva la equazione vettoriale che esprime la 2ª legge di Newton per il moto della pallina, e si scrivano le proiezioni di tale equazione lungo gli assi N e T, rispettivamente normale e tangente alla traiettoria. Se nel punto di posizione $\theta=30^o$ (vedi figura) la velocita' e' v=1,5 m/s, determinare in tale posizione:

- l' accelerazione normale della pallina: a_N =………..
- il modulo dell' accelerazione: a = …….
- il modulo della reazione vincolare: Φ = ……..



La legge di Newton e' data da: $m\mathbf{g} + \mathbf{\Phi} = m\,\mathbf{a}$

Proiettando tale equazione vettoriale lungo gli assi N e T si ha:

asse N : $-mg\cos\theta + \Phi = m\,a_N = m\,v^2/R$

asse T : $mg\sin\theta = m\,a_T$

pertanto : $a_T = g\sin\theta = 4{,}9\ m/s^2$

$a_N = v^2/R = 4{,}5\ m/s^2$

$\Rightarrow\ a = [\,a_T^2+a_N^2]^{1/2} = 6{,}65\ m/s^2$

la reazione vincolare vale: $\Phi = m\,v^2/R + mg\cos\theta = 1{,}3\ N$