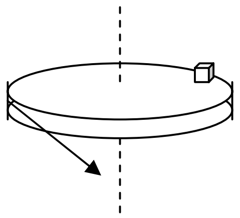
Problemi e domande d'esame tratte dalle prove di accertamento in itinere degli anni precedenti

Problema 1

Un disco omogeneo di massa m=2 kg e raggio R= 0.3 m ruota in un piano orizzontale intorno all'asse verticale passante per il suo centro. Una forza costante F= 9 N è applicata ad un punto periferico del disco, in direzione normale al raggio (vedi figura). Sull' asse agisce un momento d'attrito frenante M_{attr}= 2 Nm. Inizialmente il disco è fermo. Sul disco a distanza R dal centro è appoggiato un blocchetto di dimensioni trascurabili e massa m_b=0.2 kg. Durante il moto del disco, il blocchetto rimane fermo rispetto al disco per effetto della forza d'attrito. Determinare:

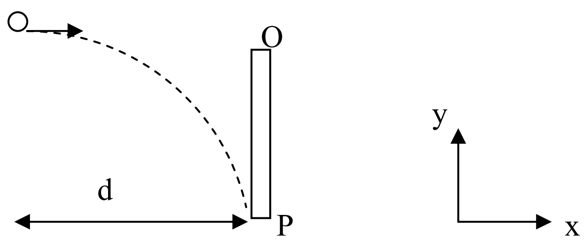
a) l' accelerazione angolare del sistema disco+blocchetto α= ....
b) la velocità del blocchetto al tempo t_1=0,5 s: v= ......
c) c) la forza d'attrito statico al tempo t_1 ed il minimo valore del coefficiente d'attrito affinchè il blocchetto sia in quiete al tempo t_1 : F_{att}^S=....., μ^S_{min}= ....



Problema 2:

Un punto materiale di massa m=0,1 kg, soggetto all'azione della forza peso, viene lanciato con velocità iniziale v_0=4 m/s diretta orizzontalmente contro un' asta omogenea di lunghezza l=0,8 m e massa M=1,5 kg appesa in quiete al suo estremo O in un piano verticale (vedi figura). Il punto materiale, dopo aver percorso lungo l'asse orizzontale x la distanza d=2m, colpisce con un urto completamente anelastico l'asta nell' estremo opposto P, rimanendovi conficcato. Determinare:

a) le componenti della velocità del punto materiale all'impatto: v_x=........, v_y=........
b) il momento angolare del proiettile rispetto al punto O immediatamente prima dell'urto: L_O= ....
c) la velocità angolare dell'asta subito dopo l'urto, e l'energia cinetica dissipata nell'urto: ω=.........., ΔE_k=.............



1) Determinare la distanza R dal centro della Terra di un satellite geostazionario, sapendo che il valore della costante di gravitazione universale e' γ=6,67 10^{-11} $m^3/kg\ s^2$, la massa della Terra e' m_T=6 10^{24} kg e la velocita' angolare di rotazione terrestre e' ω=7,27 10^{-5} rad/s. Si determini la sua energia potenziale gravitazionale, assumendo la massa del satellite m=10^3kg e ponendo uguale a zero l'energia potenziale a distanza infinita dalla Terra.

R =.........

E_p= ....

2) Si determini il valore della pressione atmosferica, definita come uguale alla pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 760 mm, sapendo che la densita' del mercurio e' ρ_{Hg}=13,6 10^3 kg/m^3.

P_0 = ...

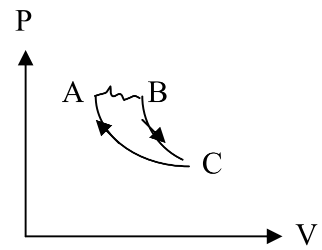
3) Una massa m=0,5 kg di ghiaccio alla tempertura T_0=0 C viene fusa; successivamente l'acqua allo stato liquido viene portata alla temperatura T_f=20 C. Determinare la variazione di energia interna del sistema nell'intero processo, sapendo che il calore latente di fusione dell' acqua e' λ= 3,3 10^5 J/kg ed il calore specifico e' c= 4186 J/ kg K. Si trascurino le variazioni di volume del sistema.

ΔU = ...

Problema 3

4) Una mole di gas ideale biatomico compie il ciclo di figura. L'espansione BC e' adiabatica reversibile; la compressione CA e' isoterma reversibile. Sono dati T_A=300K, T_B=350K e p_A=p_B=10^5 Pa. I calori specifici molare a volume costante ed a pressione costante valgono c_V=5R/2 e c_P=7R/2 rispettivamente, dove R e' la costante universale dei gas ideali. Determinare:

- il calore assorbito nel ciclo Q_{ass}=........
- il volume nello stato C: V_C=..........
- il rendimento del ciclo: η =..........
- si confronti il rendimento con quello di un ciclo di Carnot che operi tra le temperature T_A e T_B: η_{Carnot}=........



Problema 4

Un disco di massa M=1,2 kg e raggio R=0,6 m può ruotare in un piano verticale intorno ad un asse orizzontale fisso passante per il suo centro O. Su un punto periferico P è incollato un blocchetto di dimensioni trascurabili e massa m=0,4 Kg. All' istante iniziale il disco ruota con velocità ω_0= 2 rad/s come in figura, ed il segmento OP forma un angolo θ=20° con la verticale. Determinare:

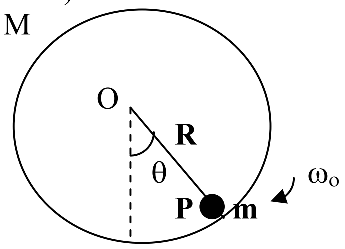
a) Il momento totale delle forze esterne rispetto ad O agente sul sistema disco+blocchetto nell'istante iniziale e l' accelerazione angolare del sistema nello stesso istante: M_O=.............

α =............

b) La velocità angolare del sistema quando P passa per la verticale:

ω = ...

c) La reazione vincolare in O in quell' istante:



Φ = ……..

Problema 5

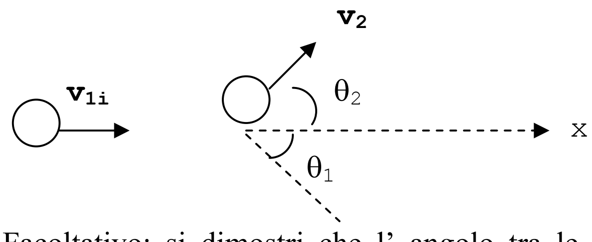
Due palline da biliardo di ugual massa m=0.1 Kg si urtano in un piano orizzontale. Prima dell' urto, una di esse ha velocità v_{1i} = 4 m/s, mentre la seconda è ferma. L'urto è elastico ed avviene in modo tale che la pallina inizialmente ferma abbia velocità finale $\mathbf{v_2}$ che forma un angolo θ_2=45° con la direzione del vettore $\mathbf{v_{1i}}$ (asse x di figura).

Si determini la quantità di moto totale del sistema dopo l' urto:

P_x =……, P_y= ……..

Sapendo che dopo l'urto la prima pallina ha una velocità $\mathbf{v_1}$ che forma un angolo θ_1= - θ_2 con l' asse x, si determinino le velocità v_1 e v_2 dopo l' urto:

v_1 = ….., v_2=........

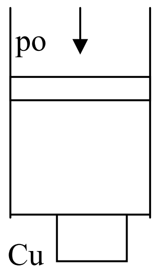


Facoltativo: si dimostri che l' angolo tra le velocita' finali $\theta = |\theta_1| + \theta_2$ è di 90° (suggerimento: si utilizzi la relazione tra quantità di moto ed energia cin.: $E=p^2/2m$)

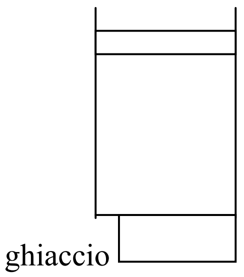
Problema 6

n = 2 moli di gas ideale biatomico sono contenute in un recipiente limitato superiormente da un pistone mobile di massa trascurabile. Esternamente la pressione e' $p_0=10^5$ Pa. Nello stato iniziale A la temperatura e' T_o=273,15 K. Il gas viene messo a contatto termico con un blocchetto di rame di massa m=0,1 Kg a temperatura T_{Cu}=400 K. Il calore specifico del rame e' C_{Cu}=387 J/KgK.
Si attende che venga raggiunto lo stato B, in cui il gas e il blocchetto hanno la stessa temperatura di equilibrio T_B. Si rimuove quindi il blocchetto, si blocca il pistone e si raffredda il gas mettendolo a contatto termico con del ghiaccio alla temperatura di fusione T_o. Raggiunto lo stato di equilibrio C, si sblocca nuovamente il pistone e si riporta il gas nello stato iniziale A con una compressione isoterma reversibile, mantenendo sempre il contatto termico col ghiaccio. Il calore latente di fusione del ghiaccio e' λ_f=3,33 10^5 J/Kg.

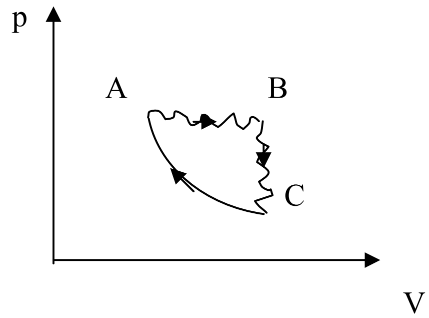
Calcolare:
a) la temperatura dello stato B :
T_B = ...
b) il calore assorbito nel ciclo : Q_{ass}= ....
c) la massa di ghiaccio che fonde nel ciclo: m_f= ....
d) il rendimento del ciclo : η = ...



A => B



B =>C => D



Soluzioni:

Problema 1

Un disco omogeneo di massa m=2 kg e raggio R= 0.3 m ruota in un piano orizzontale intorno all'asse verticale passante per il suo centro. Una forza costante F= 9 N è applicata ad un punto periferico del disco, in direzione normale al raggio (vedi figura). Sull' asse agisce un momento d'attrito frenante M_{attr}= 2 Nm. Inizialmente il disco è fermo. Sul disco a distanza R dal centro è appoggiato un blocchetto di dimensioni trascurabili e massa m_b=0.2 kg. Durante il moto del disco, il blocchetto rimane fermo rispetto al disco per effetto della forza d'attrito. Determinare:

a)l' accelerazione angolare del sistema disco+blocchetto :

Il momento d' inerzia totale rispetto all' asse di rotazione e':

$I_{tot} = MR^2/2 + mR^2 = 0{,}108$ kg m^2

L' accelerazione angolare e' quindi: $\alpha = (FR - M_{attr}) / I_{tot} = 6{,}48$ rad/s^2

b) la velocità del blocchetto al tempo t_1=0,5 s: $v_1 = \omega_1 R = 0{,}97$ m/s

essendo $\omega 1 = \alpha\ t_1 = 3{,}24$ rad/.s

d) c) la forza d'attrito statico al tempo t_1 ed il minimo valore del coefficiente d'attrito affinchè il blocchetto sia in quiete al tempo t_1 :

$F_{att}^S = m_b\ a = 0{,}74$ N ,

essendo l' accelerazione del blocchetto all' istante considerato:

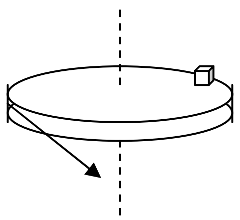
$a = [a_N^2 + a_T^2]^{1/2} = 3{,}7$ m/s^2

dove $a_N = v_1^2/R = 3{,}13$ m/s^2 e' l'accelerazione normale

e $a_T = \alpha\ R = 1{,}94$ m/s^2 e' l' accelerazione tangente

Infine , dalla relazione $F_{att}^{\ S} = m_b\ a \leq F^S_{MAX} = \mu_S m_b g$ segue:

$\mu_S \geq a/g = \mu^S_{min} = 0{,}38$



Problema 2:

Un punto materiale di massa m=0,1 kg, soggetto all'azione della forza peso, viene lanciato con velocità iniziale v_0=4 m/s diretta orizzontalmente contro un' asta omogenea di lunghezza ℓ e massa M=1,5 kg appesa in quiete al suo estremo O in un piano verticale (vedi figura). Il punto materiale, dopo aver percorso lungo l'asse orizzontale x la distanza d=2m, colpisce con un urto completamente anelastico l'asta esattamente nell' estremo opposto P, rimanendovi conficcato. Determinare:

a) la lunghezza dell' asta e le componenti della velocità del punto materiale all'impatto:

l' asta viene colpita al tempo $t = d/v_0 = 0,5$ s ;
in questo tempo il punto materiale ha percorso lungo la direzione verticale lo spazio, uguale alla lunghezza dell' asta $\ell = gt^2/2 = 1,22$ m
Lungo l' asse orizzontale la velocita' e' costante: $v_x = v_o = 4$ m/s,
La velocita' lungo l'asse y e', nell' istante dell' impatto: $v_y = -gt = -4,9$ m/s

b) il momento angolare del proiettile rispetto al punto O immediatamente prima dell'urto:

$$L_O = mv_x\ell = 0,49 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

(la componente v_y delle velocita' non contribuisce al momento angolare:
$\mathbf{L_O} = \mathbf{OP} \times m\mathbf{v} = \mathbf{OP} \times m(v_x\mathbf{u_x} + v_y\mathbf{u_y}) = \mathbf{OP} \times mv_x\mathbf{u_x} = \ell\, mv_x\, \mathbf{u_z}$)

c) la velocità angolare dell'asta subito dopo l'urto, e l'energia cinetica dissipata nell'urto:

Nell' urto si conserva il momento angolare rispetto ad O (la forza esterna impulsiva del vincolo si sviluppa in O; pertanto:

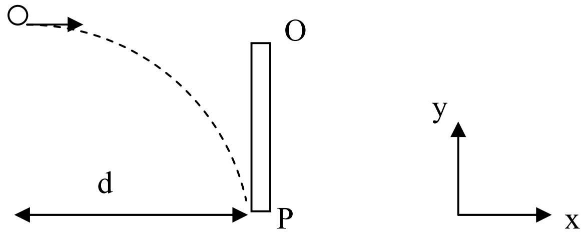
$$L_O = L_O' = I_{tot}\ \omega$$

dove L_O' e' il momento angolare immediatamente dopo l'urto, ed il momento d'inerzia totale del sistema asta+punto materiale e':

$$I_{tot} = M\ell^2/3 + m\ell^2 = 0,892 \text{ kg m}^2$$

Pertanto : $\omega = L_O'/I_{tot} = 0,55$ rad/s

L' energia cinetica dopo l' urto e': $E_k' = I_{tot}\omega^2/2 = 0,135$ J
mentre l' energia cinetica prima dell' urto e' : $E_k = mv^2/2 = 2$ J
essendo $v = [v_x^2+v_y^2]^{1/2} = 6,32$ m/s
Pertanto la variazione di energia cinetica e' : $\Delta E_k = E_k' - E_k = -1,86$ J.



1) Determinare la distanza R dal centro della Terra di un satellite geostazionario, sapendo che il valore della costante di gravitazione universale e' $\gamma=6,67\ 10^{-11}\ m^3/kg\ s^2$, la massa della Terra e' $m_T=6\ 10^{24}$ kg e la velocita' angolare di rotazione terrestre e' $\omega=7,27\ 10^{-5}$ rad/s. Si determini la sua energia potenziale gravitazionale, assumendo la massa del satellite $m=10^3$kg e ponendo uguale a zero l'energia potenziale a distanza infinita dalla Terra.

La forza centripeta necessaria e' fornita dalla attrazione gravitazionale della Terra sul satellite; pertanto:

$$mv^2/R = m\omega^2R = \gamma mM_T/R^2$$

$$\Rightarrow \quad R = [\ \gamma M_T/\omega^2]^{\ 1/3} = 4,2\ 10^7\ m = 42000\ km$$

L' energia potenziale gravitazionale del satellite e' : $E_p= -\gamma mM_T/R = -9,5\ 10^9$ J

2) Si determini il valore della pressione atmosferica, definita come uguale alla pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 760 mm, sapendo che la densita' del mercurio e' $\rho_{Hg}=13,6\ 10^3\ kg/m^3$.

Utilizzando la legge di Stevino, si ha:

$$P_0 = \rho_{Hg}\ g\ z = 1,05\ 10^5\ N/m^2 \ \ = 1,05\ 10^5\ Pa \quad (\text{dove } z = 0,76\ m\ )$$

3) Una massa m=0,5 kg di ghiaccio alla tempertura T_0=0 C viene fusa; successivamente l'acqua allo stato liquido viene portata alla temperatura T_f=20 C. Determinare la variazione di energia interna del sistema nell'intero processo, sapendo che il calore latente di fusione dell' acqua e' $\lambda= 3,3\ 10^5$ J/kg ed il calore specifico e' c= 4186 J/ kg K. Si trascurino le variazioni di volume del sistema.

La trasformazione avviene a volume costante (trascurando la piccola variazione di volume nel passaggio di fase da ghiaccio ad acqua); pertanto, per il 1° Principio della Termodinamica , essendo il lavoro W = 0, la variazione di energia interna e':

$$\Delta U = Q = m\ \lambda + mc\ (T_f - T_o) = 1,65\ 10^5 + 0,49\ 10^5 = 2,06\ 10^5\ J$$

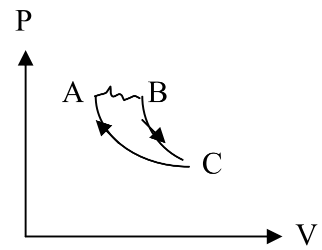
Problema 3

Una mole di gas ideale biatomico compie il ciclo di figura. L'espansione BC e' adiabatica reversibile; la compressione CA e' isoterma reversibile. Sono dati T_A=300K, T_B=350K e p_A=p_B=10^5 Pa. I calori specifici molare a volume costante ed a pressione costante valgono c_V=5R/2 e c_P=7R/2 rispettivamente, dove R e' la costante universale dei gas ideali. Determinare:

- il calore assorbito nel ciclo
  Il calore viene assorbito nell' espanzione isobara:
  $Q_{ass}= Q_{AB} = c_P(T_B-T_A) = 1454$ J
  Essendo R = 8,31 J/ (K mole) la costante universale dei gas ideali.

- il volume nello stato C:
  nella trasformazione adiabatica reversibile BC vale la eq. di Poisson:
  $TV^{\gamma-1} = \text{costante} \Rightarrow T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$
  ed essendo $T_C = T_A$ $V_C= (T_B/T_C)^{1/(\gamma-1)} V_B = 1,47\ V_B = 42,3$ dm^3
  poiche' $V_B = RT_B/p_B = 28,8$ dm^3.

- il rendimento del ciclo:
  nel ciclo, il calore ceduto e':
  $Q_{ced} = Q_{CA} = W_{CA} = R\ T_A \ln (V_A/V_C) = -1341$ J
  essendo $V_A = RT_A/p_A = 26,7$ dm^3.
  Pertanto: $\eta = 1 - |Q_{ced}| / Q_{ass} = 0,078$
- si confronti il rendimento con quello di un ciclo di Carnot che operi tra le temperature T_A e T_B:
  $\eta_{Carnot}= 1 - T_A/T_B = 0,143 > \eta$.



Problema 4

Un disco di massa M=1,2 kg e raggio R=0,6 m può ruotare in un piano verticale intorno ad un asse orizzontale fisso passante per il suo centro O. Su un punto periferico P è incollato un blocchetto di dimensioni trascurabili e massa m=0,4 Kg. All' istante iniziale il disco ruota con velocità ω_0= 2 rad/s come in figura, ed il segmento OP forma un angolo θ=20° con la verticale. Determinare:

a) Il momento totale delle forze esterne rispetto ad O agente sul sistema disco+blocchetto nell'istante iniziale e l' accelerazione angolare del sistema nello stesso istante: $M_O = mg\, R \sin\theta = 0{,}804$ N m

$\alpha = M_O/I_{tot} = 2{,}23$ rad/s^2

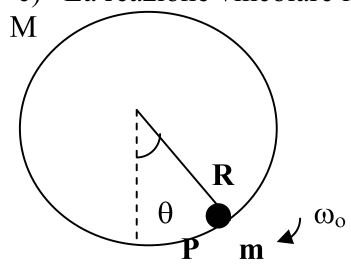
dove $I_{tot} = MR^2/2 + mR^2 = 0{,}36$ kg m^2 .

b) La velocità angolare del sistema quando P passa per la verticale:

dalla conservazione dell' energia meccanica:

$I_{tot}\, \omega_0^2/2 + mgR(1-\cos\theta) = I_{tot}\, \omega^2/2 \Rightarrow \omega = 2{,}19$ rad/s

c) La reazione vincolare in O in quell' istante:



Per il teorema del moto del CM del sistema:

$\Phi - (m+M)\, g = (m+M)\, a_{CM} = (m+M)\, \omega^2 r_{CM}$

con $r_{CM} = mR / (m+M) = 0{,}15$ m

$\Rightarrow \Phi = 16{,}83$ N

Problema 5

Due palline da biliardo di ugual massa m=0.1 Kg si urtano in un piano orizzontale. Prima dell' urto, una di esse ha velocità $v_{1i} = 4$ m/s, mentre la seconda è ferma. L'urto è elastico ed avviene in modo tale che la pallina inizialmente ferma abbia velocità finale $\mathbf{v_2}$ che forma un angolo θ_2=45° con la direzione del vettore $\mathbf{v_{1i}}$ (asse x di figura).

Si determini la quantità di moto totale del sistema dopo l' urto:

$$P_x = Px_i = mv_{1i} = 0{,}4 \text{ kg m/s},$$

$$P_y = Py_i = 0$$

Sapendo che dopo l'urto la prima pallina ha una velocità $\mathbf{v_1}$ che forma un angolo $\theta_1 = -\theta_2$ con l' asse x, si determinino le velocità v_1 e v_2 dopo l' urto:

Dalla conservazione della quantita' di moto lungo l' asse y:

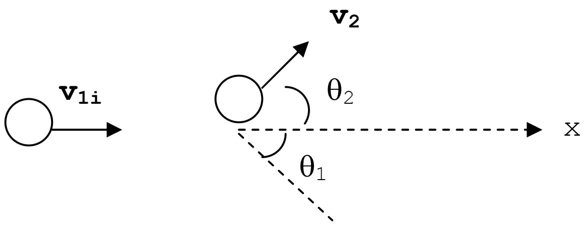
$$P_y = mv_2 \sin\theta_2 - mv_1 \sin\theta_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = v_2$$

Per la conservazione dell' energia cinetica inoltre:

$$mv_{1i}^2/2 = mv_1^2/2 + mv_2^2/2 = mv_1^2 \quad \text{(dove si e' utilizzato } v_1 = v_2)$$

$\Rightarrow \quad v_1 = vi/\sqrt{2} = 2{,}83$ m/s



Facoltativo: si dimostri che l' angolo tra le velocita' finali $\theta = |\theta_1| + \theta_2$ è di 90° (suggerimento: si utilizzi la relazione tra quantità di moto ed energia cin.: $E=p^2/2m$)

$\mathbf{p_{1i}} = \mathbf{p_1} + \mathbf{p_2} \quad \Rightarrow \quad p^2_{1i} = p^2_1 + p^2_2 + \mathbf{2\, p1 \cdot p2}$

$E_{k1i} = E_{k1} + E_{k2} \quad \Rightarrow \quad p^2_{1i}/2m = p^2_1 / 2m + p^2_2/2m \Rightarrow \quad p^2_{1i} = p^2_1 + p^2_2$

Pertanto: $\mathbf{2\, p1 \cdot p2} = 2p_1p_2\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \pi/2$.

Problema 6

n = 2 moli di gas ideale biatomico sono contenute in un recipiente limitato superiormente da un pistone mobile di massa trascurabile. Esternamente la pressione e' $p_0=10^5$ Pa. Nello stato iniziale A la temperatura e' $T_o=273{,}15$ K. Il gas viene messo a contatto termico con un blocchetto di rame di massa m=0,1 Kg a temperatura $T_{Cu}=400$ K. Il calore specifico del rame e' $C_{Cu}=387$ J/KgK.
Si attende che venga raggiunto lo stato B, in cui il gas e il blocchetto hanno la stessa temperatura di equilibrio T_B. Si rimuove quindi il blocchetto, si blocca il pistone e si raffredda il gas mettendolo a contatto termico con del ghiaccio alla temperatura di fusione T_o. Raggiunto lo stato di equilibrio C, si sblocca nuovamente il pistone e si riporta il gas nello stato iniziale A con una compressione isoterma reversibile, mantenendo sempre il contatto termico col ghiaccio. Il calore latente di fusione del ghiaccio e' $\lambda_f=3{,}33\ 10^5$ J/Kg.

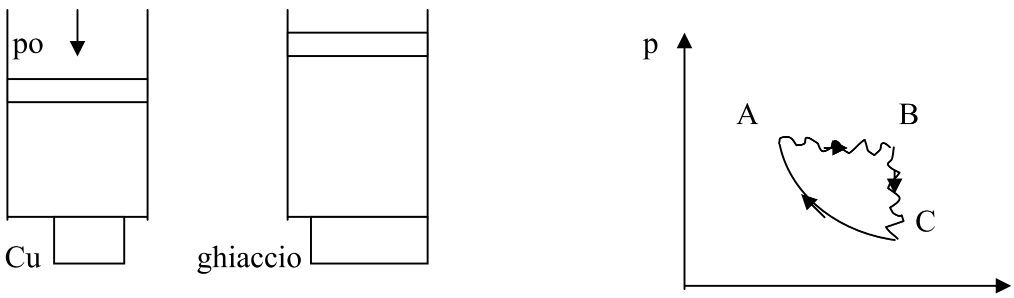
a) la temperatura dello stato B
Il calore assorbito dal gas nella trasformazione isobara AB e' uguale in modulo a quello ceduto dal rame:
$Q_{AB}^{gas} = nc_P(T_B\text{-}T_o) = -\ Q_{Cu} = m_{Cu}C_{Cu}(T_{Cu} - T_B)$
$T_B = (\ m_{Cu}C_{Cu}T_{Cu} + nc_PT_o) / (\ nc_P+ m_{Cu}C_{Cu}) = 324$ K con $c_P = 7R/2$

b) il calore assorbito nel ciclo : $Q_{ass}= Q_{AB} = nc_P(T_B\text{-}T_o) = 2970$ J

c) la massa di ghiaccio che fonde nel ciclo:
$m_f= (|Q_{BC}| + |Q_{CA}|\ ) / \lambda = 11\ 10^{-3}$ kg

dove $Q_{BC} = nc_V(T_o\text{-}T_B) = -2120$ J
e' il calore ceduto dal gas nel raffreddamento isocoro BC,
mentre $Q_{CA} = W_{CA} = nRT_o \ln (V_A/V_C) = -777$ J
e' il calore ceduto nella compressione isoterma CA,
essendo: $V_C = V_B = n\ R\ T_B\ /p_B = 53{,}84\ dm^3$
e $V_A = n\ R\ T_o\ /p_A = 45{,}37\ dm^3$

d) il rendimento del ciclo :
$\eta = 1 - (\ |Q_{BC}\ | + |\ Q_{CA}|\ ) / Q_{AB} = 0{,}024$.



A => B B =>C => D V