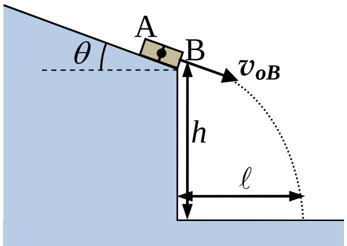
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
(Proff. D. Bisello, U. Gasparini, S. Lo Russo, G. Naletto)
Prova scritta di Fisica 1 - Padova, 1 Settembre 2010

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Docente………………………..

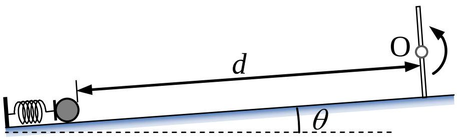
Problema 1



Due corpi puntiformi A e B di massa rispettivamente $m_A = 4m_B$ e $m_B = 2$ kg sono uniti da un piccolo meccanismo interno di massa trascurabile. Inizialmente il sistema è in equilibrio all'estremità inferiore di un piano scabro (coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$) inclinato di $\theta = 20°$ rispetto all'orizzontale ad un'altezza h dal suolo. Ad un certo istante, in un tempo molto breve, scatta il meccanismo interno che provoca un repentino allontanamento dei due corpi; si osserva che, all'istante della separazione, il corpo B ha una velocità iniziale $v_{oB} = 5$ m/s parallela al piano inclinato, inclinata di θ rispetto all'orizzontale e orientata verso il basso. Determinare:

a) il minimo valore $\mu_{s,min}$ del coefficiente di attrito statico che consente di mantenere il sistema dei due corpi in equilibrio sul piano inclinato;
b) la distanza d percorsa dal corpo A lungo il piano inclinato fino a fermarsi istantaneamente;
c) l'altezza h cui si trova inizialmente il corpo B rispetto al suolo sapendo che esso cade ad una distanza $\ell = 1.5$ m rispetto alla verticale della sua posizione iniziale.

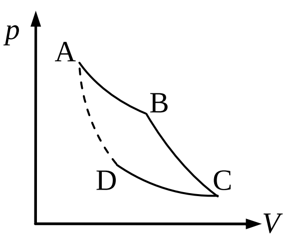
Problema 2



Una pallina di raggio $R = 0.01$ m e massa $m = 0.05$ kg è appoggiata senza attrito alla molla ideale di spinta di un flipper; la molla ha costante elastica $k = 100$ N/m ed è inizialmente compressa. Ad un certo istante si rilascia la molla e la pallina si mette in moto di puro rotolamento lungo il piano del flipper che è inclinato verso l'alto, rispetto alla direzione di moto della pallina, di un angolo $\theta = 2°$ rispetto all'orizzontale. Dopo aver percorso un tratto lungo $d = 0.8$ m, la velocità del suo centro di massa è $v_{CM} = 3$ m/s; in quell'istante la pallina urta in modo anelastico una sbarretta sottile di lunghezza $\ell = 6R$ e massa $m_\ell = m/5$ che può ruotare con attrito attorno al suo asse O posto orizzontale e perpendicolare alla direzione del moto della pallina (vedi figura); la sbarretta è inizialmente ferma perpendicolare al piano inclinato, con un suo estremo libero tangente, con attrito nullo, al piano. Dopo l'urto, la pallina prosegue in salita lungo il piano inclinato con velocità $v'_{CM} = 2.95$ m/s, sempre con moto di puro rotolamento. Determinare, assumendo che l'attrito volvente sulla pallina sia trascurabile:

a) la compressione Δx iniziale della molla;
b) modulo, direzione e verso del momento angolare $\boldsymbol{L_O}$ della pallina rispetto al centro della sbarretta un istante prima dell'urto;
c) il modulo ω'_ℓ della velocità angolare iniziale della sbarretta dopo l'urto;
d) il numero N di giri che compie la lamina dal momento dell'urto prima di fermarsi sapendo che il modulo dell'accelerazione angolare della lamina è $\alpha = 0.7$ rad/s^2.

Problema 3



$n = 2$ moli di un gas ideale biatomico si trovano inizialmente in equilibrio nello stato A ($p_A = 3{\cdot}10^5$ Pa, V_A, $T_A = 380$ K). A seguito di una trasformazione reversibile in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_A, il gas si porta allo stato B (p_B, V_B, $T_B = T_A$) assorbendo un calore $Q_{AB} = 5000$ J. Dopo aver isolato il contenitore, il gas viene portato reversibilmente nello stato C ($p_C = p_B/3$, V_C, T_C). A questo punto il gas viene messo in contatto termico con un serbatorio alla temperatura T_C e compresso reversibilmente fino allo stato D (p_D, V_D, $T_D = T_C$) compiendo un lavoro esterno pari a $W_{CD,ext} = 4000$ J. Infine il contenitore del gas viene nuovamente isolato, e si riporta il gas nello stato iniziale A per mezzo di una trasformazione non reversibile. Determinare:

a) la pressione p_B del gas in B;
b) la temperatura T_C del gas nello stato C;
c) il volume V_D occupato dal gas nello stato D;
d) la differenza $\Delta\eta$ tra il rendimento di un ciclo reversibile operante tra gli stessi serbatoi di calore ed il rendimento del ciclo descritto.

Soluzioni

Problema 1

a) Si ha equilibrio quando la forza di attrito eguaglia la componente parallela al piano inclinato della forza peso del sistema A+B:

$$F_{attr} \le \mu_s N \quad \Rightarrow \quad (m_A + m_B) g \sin\theta \le \mu_s (m_A + m_B) g \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \mu_s \ge \mu_{s,\min} = \tan\theta = 0.364$$

b) $$m_A \vec{v}_{oA} + m_B \vec{v}_{oB} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_{oA} = -\frac{m_B}{m_A}\vec{v}_{oB} = -\frac{1}{4}\vec{v}_{oB};$$

$$\Delta E_m = W_{nc} \quad \Rightarrow \quad m_A g d \sin\theta - \frac{1}{2} m_A v_{oA}^2 = -\mu_d m_A g \cos\theta \cdot d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_{oB}^2}{32 g (\sin\theta + \mu_d \cos\theta)} = 0.15 \text{ m}$$

oppure $$0 = v_{oA}^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad 0 = v_{oA}^2 - 2(g\sin\theta + \mu_d g \cos\theta) d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_{oA}^2}{2g(\sin\theta + \mu_d \cos\theta)}$$

c) $$\ell = v_{oB}\cos\theta \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\ell}{v_{oB}\cos\theta}; \quad h = v_{oB}\sin\theta \cdot t + \frac{1}{2} g t^2 = \ell \tan\theta + \frac{1}{2} g \left(\frac{\ell}{v_{oB}\cos\theta}\right)^2 = 1.045 \text{ m}$$

Problema 2

a) $$\frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_p \omega_p^2 + mgd\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} m R^2\right)\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + mgd\sin\theta \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{7}{10} m v_{CM}^2 + mgd\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \sqrt{\frac{m}{5k}\left(7 v_{CM}^2 + 10 g d \sin\theta\right)} = 0.081 \text{ m}$$

b) Indicando con $\vec{u}$ il versore uscente dal piano del foglio, si ottiene:

$$\vec{L}_O = I_p \vec{\omega}_p + \vec{r} \times m\vec{v}_{CM} = \left[-I_p \omega_p + m v_{CM}\left(\frac{\ell}{2} - R\right)\right]\vec{u} = \left[-\left(\frac{2}{5} m R^2\right)\frac{v_{CM}}{R} + m v_{CM}\, 2R\right]\vec{u} =$$

$$= \frac{8}{5} R m v_{CM}\vec{u} = 0.0024\,\vec{u} \text{ Ns}$$

c) $$\vec{L}'_O = I_p \vec{\omega}'_p + \vec{r} \times m\vec{v}'_{CM} + I_\ell \vec{\omega}'_\ell = \left[-I_p \omega'_p + m v'_{CM}\left(\frac{\ell}{2} - R\right) + I_\ell \omega'_\ell\right]\vec{u} =$$

$$= \left[-\left(\frac{2}{5} m R^2\right)\frac{v'_{CM}}{R} + m v'_{CM}\, 2R + \left(\frac{1}{12} m_\ell \ell^2\right)\omega'_\ell\right]\vec{u} = \left[\frac{8}{5} R m v'_{CM} + \frac{3}{5} m R^2 \omega'_\ell\right]\vec{u}$$

$$\vec{L}_O = \vec{L}'_O \quad \Rightarrow \quad 8 v_{CM} = 8 v'_{CM} + 3R\omega'_\ell \quad \Rightarrow \quad \omega'_\ell = \frac{8}{3R}\left(v_{CM} - v'_{CM}\right) = 13.3 \text{ rad/s}$$

d) $$\frac{1}{2} I_\ell \omega'^2_\ell = M_{attr}\Delta\phi = I_\ell \alpha \cdot 2\pi N \quad \Rightarrow \quad N = \frac{M_{attr}}{I_\ell} = \frac{\omega'^2_\ell}{4\pi\alpha} = 20.21$$

Problema 3

a) $$V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = 0.0211 \text{ m}^3; \quad Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad V_B = V_A e^{Q_{AB}/nRT_A} = 0.0465 \text{ m}^3; \quad p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{nRT_A}{V_B} = 1.36\cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b) $$p_B V_B^\gamma = p_C V_C^\gamma; \quad V_C = V_B\left(\frac{p_B}{p_C}\right)^{1/\gamma} = 0.102 \text{ m}^3; \quad T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = 277.6 \text{ K}$$

c) $$Q_{BC} = 0; \quad W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -n c_V (T_C - T_B) = -n c_V (T_C - T_A) = 4256 \text{ J}$$

$$W_{CD} = Q_{CD} = -W_{CD,ext} = nRT_C \ln\frac{V_D}{V_C} \quad \Rightarrow \quad V_D = V_C e^{-W_{CD,ext}/nRT_C} = 0.043 \text{ m}^3$$

d) $$Q_{DA} = 0; \quad W_{DA} = -\Delta U_{DA} = -n c_V (T_A - T_D) = -n c_V (T_A - T_C) = -4256 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = \frac{W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}}{Q_{AB}} = \frac{W_{AB} + W_{CD}}{Q_{AB}} = 0.2; \quad \eta_R = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 0.269 \quad \Rightarrow \quad \Delta\eta = 0.069$$