UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- FACOLTA' DI INGEGNERIA

2ª prova scritta di accertamento di FISICA GENERALE I, Settore dell' Informazione, canale 1 (Prof. Gasparini) Padova, 18 Giugno 2011

Problema 1

Un disco omogeneo di massa M= 0,3 kg e raggio R=0,5 m ruota in un piano **orizzontale** intorno ad un asse verticale passante per il suo centro O. Lungo un suo diametro vi e' una scanalatura di dimensioni trascurabili (tale cioe' da non modificare significativamente il momento d' inerzia di un disco pieno) all' interno della quale scorre senza attrito un oggetto anch'esso di dimensioni trascurabili e massa m = 0,1 kg, attaccato all' estremo di una molla. La molla, di costante elastica k = 0,5 N/m, massa trascurabile e lunghezza di riposo R/2, ha l' altro suo estremo fissato al centro O del disco. Inizialmente il disco ruota con velocita' angolare ω_0 = 5 rad/s e la massa m e' a distanza R/2 dal centro, con velocita' nulla rispetto al disco. Si determini:

a) Il momento angolare iniziale del sistema rispetto ad O: L_O^i = 0,219 kg m^2 s

   Il momento d' inerzia iniziale del sistema e':

   $I_0 = MR^2/2 + m(R/2)^2 = 0{,}0437$ kg m^2

   Il momento angolare iniziale e: $L_o^i = I_0\ \omega_0$

b) La velocita' angolare del disco quando la massa raggiunge il bordo del disco:

   ω_1= 3,5 rad/s

   Durante il moto si conserva il momento angolare totale del sistema:

   $I_0\omega_0 = I_f\omega_1$ con $I_f = MR^2/2 + mR^2 = 0{,}0625$ kg m^2

c) La velocita' radiale della massa m rispetto al disco in quell'istante: v = 1,72 m/s

   L' energia meccanica totale del sistema si conserva:

   $I_0\omega_0^2/2 = I_f\omega_1^2/2 + m\ v^2/2 + (1/2)\ k(R/2)^2$

   dove v e' la velocita' radiale (ossia lungo la scanalatura) della massa, relativa al disco (la velocita' assoluta della massa m rispetto al sistema inerziale rispetto al quale ruota il disco e': $v_a = [v^2 + (\omega_1 R)^2]^{1/2}$)

La massa urta il bordo del disco e vi si incastra. Calcolare:

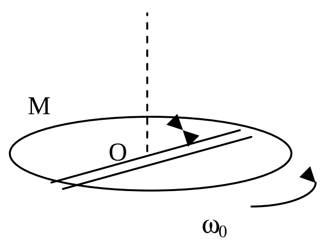
d) L 'impulso trasferito nell' urto al sistema dal perno intorno al quale ruota il disco:

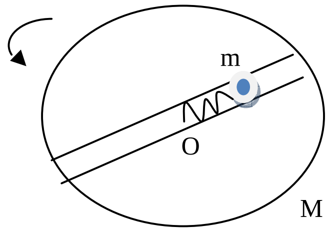
   J = - 0,172 N s

   Nell' urto (completamente anelastico), il momento angolare rispetto a O del sistema non varia (il momento delle forze esterne rispetto a O e' nullo).

   La componente radiale della velocita' di m passa invece da v a zero; quindi:

   $J = \Delta p = -mv$





Vista dall' alto

Problema 2

Due dischi di egual massa $m=0,5$ kg e raggio $R = 0,4$ m sono collegati da un filo inestensibile, che scorre su una piccola carrucola di dimensioni e massa trascurabili. Il filo e' avvolto intorno al bordo del primo disco, che rotola senza strisciare su un piano orizzontale (vedi figura), mentre un suo estremo e' fissato nel centro del secondo disco. Il secondo disco rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di $\theta=30°$ rispetto all' orizzontale. Si dimostri che:

a) l' accelerazione angolare del disco che rotola sul piano inclinato e': $\alpha_2= (8\ g \sin\theta) / (15\ R)$
(suggerimento: si scrivano le eq.della rotazione dei due dischi rispetto ai punti di contatto P_1 e P_2 col piano di moto; si faccia attenzione alla relazione cinematica tra le accelerazioni a_1 e a_2 del CM dei due dischi)
Detto Q il punto periferico alla sommita' del primo disco (vedi figura) dove viene applicata la tensione T del filo), si ha: $v_Q = 2\ v_1 = v_2$
con v1 e v2 le velocita' del CM dei due dischi ($v_Q = v_2$ dato che il filo e' inestensibile; d'altra parte la velocita' assoluta di Q e': $v_Q= v_1 + \omega_1 R = 2\ v_1$)
e quindi : $2a_1 = a_2$, $2\alpha_1=\alpha_2$ essendo a_i e $a_i=\alpha_i/R$ le accelerazioni e le accelerazioni angolari rispettivamente.
Inoltre: $2\ T\ R = I_1\alpha_1$
$mg \sin\theta\ R - TR = I_2\alpha_2$ con $I_1=I_2 = 3mR^2/2 \equiv I$
quindi: $mg \sin\theta\ R – I\alpha_2/2 = I\alpha_2$ => $mg \sin\theta\ R = 5\ I\alpha_2/4$
da cui: $\alpha_2= (8\ g \sin\theta) / (15\ R)$

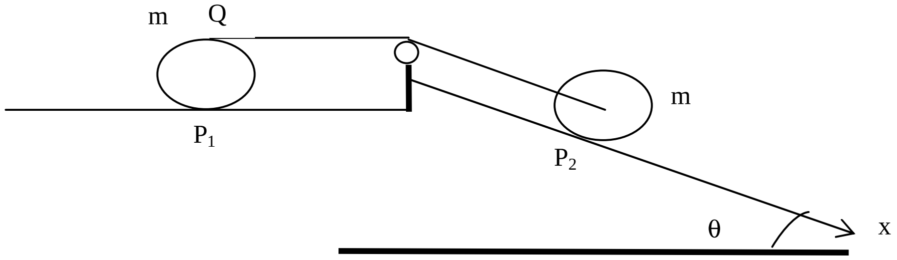
Si determini:

b) la tensione del filo e la componente f_{2x} della forza d'attrito sul secondo disco, lungo l' asse x orientato come in figura:
$T = I_1\alpha_1/2R = I\alpha_2/4R = 0.49$ N
Dal moto del CM del disco 2: $mg\sin\theta – T + f_{2x} = ma_2 = m\alpha_2 R$ => $f_{2x} = - 0,654$ N

c) la velocita' angolare del disco 1 quando esso si e' spostato della distanza d=0,8 m, nell' ipotesi che inizialmente il sistema sia fermo: $\omega_1 = 3,6$ rad/s

Applicando la conservazione dell' energia meccanica al sistema dei due dischi (le forze di attrito statico non compiono lavoro; il lavoro della tensione del filo e' nullo) si ha:

$I\omega_1^{\ 2}/2 + I\omega_2^{\ 2}/2 = mgd \sin\theta$ con $\omega_2=2\omega_1$



Problema 3

n=1,5 moli di gas ideale biatomico sono contenute in un cilindro di sezione S=1 dm^2 , chiuso superiormente da un pistone adiabatico di massa trascurabile; la pressione esterna e' $p_A=10^5$ Pa e il gas e' in equilibrio alla temperatura T_A=300 K. Si poggia sul pistone un oggetto di massa m=20 kg e si attende che si raggiunga il nuovo stato di equilibrio B . La trasformazione AB e' adiabatica (si considerino cio' trascurabili gli scambi termici attraverso le pareti del cilindro in questa rapida trasformazione).

a) si determini il volume iniziale V_A, la pressione p_B e si dimostri che la temperatura del gas nello stato B e' T_B= 316.8 K:

$$V_A= nRT_A/p_A = 37,4\ dm^3$$
$$p_B = p_A + mg/S = 1,196\ 10^5\ Pa$$

La compressione A->B e' adiabatica **irreversibile** , nella quale il lavoro del sistema (lavoro subito) e': $W_{AB} = p_B(V_B-V_A)$.

Applicandoo il 1° principio alla trasformazione A->B:

$$-W_{AB} = \Delta U_{AB} \Rightarrow p_B(V_A-V_B) = nc_V(T_B-T_A) \Rightarrow p_BV_A- nRT_B = nc_V(T_B-T_A)$$

ed essendo $V_A= nRT_A/p_A$ si ottiene: $T_B = T_A\ (c_V+Rp_B/p_A)/(c_V+R) = 316.8$ K

Il gas viene successivamente scaldato reversibilmente in maniera isocora fino alla temperatura T_C=400 K; viene poi compiuta un' espansione isoterma reversibile fino allo stato D con volume $V_D=V_A$. Un raffreddamento isocoro reversibile riporta infine il gas nello stato iniziale A.

Si disegni il ciclo nel piano di Clapeyron e si determini:

b) il calore assorbito nel ciclo: $Q_{ass} = Q_{BC}+Q_{CD} = 3217$ J

essendo : $Q_{BC} = nc_V(T_C-T_B) = 2593$ J e $Q_{CD}=W_{CD}=nRT_C\ln(V_D/V_C) = 624$ J

c) il rendimento del ciclo: $\eta = 1 +Q_{DA}/Q_{ass} = 0.033$

con $Q_{DA}=Qced = nc_V(T_A-T_D) = -3116$ J

d) la variazione di entropia dell' Universo nel ciclo:

$$\Delta S^{Un} = \Delta S_{AB}^{gas} + \Delta S_{AB}^{amb} = \Delta S_{AB}^{gas}=$$
$$= nR\ln(V_B/V_A)+nc_V\ln(T_B/T_A) = 0.14\ J/K$$

(l 'unica trasf.irreversibile e' la A->B; in tutte le altre la variazione di entropia dell' universo e' nulla; inoltre ΔS_{AB}^{amb} =0 perche' l' ambiente non scambia calore e non cambia il suo stato)