UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA- Corsi di INGEGNERIA dell' Informazione

2a prova scritta in itinere di FISICA Generale I (canale 1, prof. Gasparini)

Padova, 12 Giugno 2014

Problema 1

Un disco omogeneo di massa m=0,4 kg e raggio R = 0,3 m poggia su un piano orizzontale, accostato ad un gradino di altezza h = 0,1 m di spigolo O (vedi figura). Il piano **a sinistra del gradino** e' liscio. Nel centro C del disco e' applicata come in figura una forza orizzontale F = 2 N. Determinare:

a) il momento della forza F e della forza peso rispetto allo spigolo O:

$Mo^F = F\,(R-h) = 0{,}4\ N\cdot m$, $Mo^{peso} = mgd = 0{,}874\ N\cdot m$, con $d = [R^2 - (R-h)^2]^{1/2} = 0{,}223$ m

b) la reazione vincolare che si sviluppa nel punto di appoggio P:

$M_o^{tot} = 0 \ \rightarrow\ F(R-h) - mgd + \Phi_P d = 0 \ \rightarrow\ \Phi_P = 2{,}13$ N

[nota: il piano a sinistra del gradino e' liscio, quindi $\boldsymbol{\Phi}_P$ e' diretta verticalmente]

c) la reazione vincolare che si sviluppa sullo spigolo O: $\Phi_{Ox} = -F = -2$ N

$\Phi_{Oy} + \Phi_P - mg = 0 \ \rightarrow\ \Phi_{Oy} = mg - \Phi_P = 1{,}79$ N $\quad \Phi_{Ox} = [\Phi_{Ox}^2 + \Phi_{Oy}^2]^{1/2} = 2{,}68$ N

d) il minimo valore della forza F affinche' il disco cominci a salire sul gradino, staccandosi dal pavimento: $\Phi_P = 0 \ \rightarrow\ F_{min}(R-h) - mgd = 0 \ \rightarrow\ F_{min} = 4{,}37$ N

Al disco viene applicata in C la forza orizzontale $F_1 = 5$ N (maggiore di F_{min}), che viene mantenuta **costante in modulo e direzione** finche' il disco sale completamente sul gradino (ossia finche' il suo centro C si trova sulla verticale di O). Calcolare:

e) l' accelerazione angolare iniziale del disco nella sua rotazione intorno ad O:

$F(R-h) - mgd = I_o \alpha_i \ \rightarrow\ \alpha_i = 2{,}33\ rad/s^2$, essendo $I_o = (3/2)\, mR^2 = 0{,}054\ Kg\cdot m^2$

f) il lavoro totale della forza F_1 e della forza peso: $W_{F1} = Fd = 1{,}115$ J

$W_{peso} = -mgh = -0{,}393$ J

g) la velocita' finale del disco quando e' salito sul gradino: $(1/2)\, I_o\, \omega^2 = W_{F1} + W_{peso}$

$\rightarrow \omega = 5{,}17$ rad/s

In quell' istante la forza orizzontale viene drasticamente ridotta al valore $F_2 = 0{,}5$ N, rimanendo costante da quel momento in poi. Si osserva un moto di puro rotolamento. Calcolare:

h) l' accelerazione del CM del disco e la forza d'attrito che si sviluppa sul pavimento:

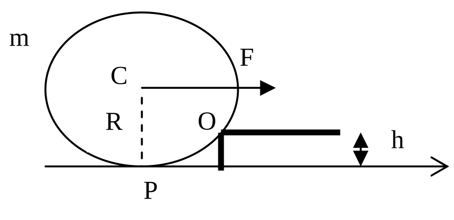
$I_o\, \alpha = F_2 R \ \rightarrow\ \alpha = 2{,}78\ rad/s^2 \ \rightarrow\ a_{CM} = \alpha R = 0{,}834\ m/s^2$

$F_{attr} = F_2 - m\, a_{CM} = 0{,}166$ N (= F2/3)

i) il tempo impiegato dal disco a portarsi alla velocita' $v_{CM} = 5$ m/s del suo centro di massa:

$v^0_{CM} = \omega R = 1{,}55$ m/s ,

$v_{CM}(t) = v^o_{CM} + a_{CM}\, t \ \rightarrow\ t = 4{,}13$ s



Problema 2

Un cilindro si sezione $S = 10\ dm^2$ e' diviso in due parti da un pistone mobile di massa $m = 20$ Kg. Nella parte inferiore del cilindro vi sono $n = 0,05$ moli di gas ideale biatomico. Nella parte superiore e' stato fatto il vuoto ed e' inserita una molla di costante elastica $k = 500$ N/m (vedi figura). Inizialmente (stato A) il gas e' alla temperatura $T_A = 300$ K e la molla ha la sua lunghezza di riposo. Si determini:

a) la pressione e il volume iniziali del gas: $p_A = mg/S = 1960$ Pa ,
$V_A = nRT_A/p_A = 63,6\ dm^3$

Il gas viene posto a contatto termico, attraverso la base del cilindro che e' diatermica, con un serbatoio alla temperatura $T_B = 500$ K . Nel nuovo stato B di equilibrio:

c) dimostrare che la molla e' compressa di: $\Delta X = 0,142$ m

$p_BV_B = nRT_B \rightarrow [\ (mg+k\Delta X)\ /S\ ]\cdot (h+\Delta X)\ S = nRT_B \rightarrow (mg+kDX)\cdot (h+DX) = nRT_B$

con $h = V_A/S = 0,636$ m altezza iniziale del pistone

$\rightarrow\ k\Delta X^2 + (mg+kh)\ \Delta X + mgh - nRT_B = 0$ risolvendo rispetto a DX e scartando la soluzione negativa dell' eq. di 2° grado si trova il valore dato.

Calcolare inoltre:

d) il lavoro fatto dal gas nella trasformazione AB contro la forza di compressione della molla e la forza peso agente sul pistone, ed il calore scambiato nella trasformazione:

$W_{AB}= -W_{molla} – W_{peso} = (1/2)\ k\Delta X^2 + mg\Delta X = 32,9$ J ,

$Q_{AB} =\Delta U + W_{AB} = nc_V(T_B-T_A) + W_{AB} = 240,6$ J

Raggiunto lo stato di equilibrio B, il pistone viene bloccato e il gas viene posto a contatto termico con un secondo serbatoio a temperatura T_A (il primo serbatoio viene rimosso) , attendendo che il gas raggiunga lo stato di equilibrio C. Infine, mantenendo il contatto termico con questo secondo serbatoio, si sostituisce la molla con un opportuno meccanismo che riporta il gas nello stato iniziale A con una compressione **reversibile.** Si disegni il ciclo nel piano di Clapeyron e si determini:

e) il calore ceduto nel ciclo ed il rendimento:

$Q_{BC} = nc_V(T_B-T_A) = -207,75$ J

$Q_{CA} = W_{CA} = nRT_A\ln(V_A/V_C) = -25,1$ J

$Q_{ced} = Q_{BC} + Q_{CA} = -232,8$ J , $\eta = 1 - |Qced|/Q_{AB} = 3,2\ \%$

c) la variazione di entropia del gas nella trasformazione AB, e le variazioni di entropia del gas e dell' Universo nel ciclo:

$\Delta S_{gas}^{\ AB}= n\ c_V \ln(T_B/T_A) + n\ R \ln(V_B/V_A) = 0,615$ J/K

$\Delta S_{gas}^{\ ciclo}= 0$, $\Delta S_{Univ}^{\ ciclo} = \Delta S_{gas}^{\ AB} + \Delta S_{serb}^{\ AB} + \Delta S_{gas}^{\ BC} + \Delta S_{serb}^{\ BC} =$

$= 0,615\ J/K - Q_{AB}/T_B + n\ c_V \ln(T_A/T_B) - Q_{BC}/T_A = 0,296$ J/K