

Problema 1

Un blocchetto di massa $m = 0,5 \text{ Kg}$ può scorrere senza attrito su una piattaforma di massa $M = 3 \text{ Kg}$ che a sua volta si muove su un piano orizzontale scabro. Il coefficiente d' attrito dinamico tra il piano e la piattaforma è $\mu_D = 0,15$. Il blocchetto è agganciato ad una molla di costante elastica $k = 10 \text{ N/m}$, che è fissata alla piattaforma nell' altro suo estremo (vedi figura). La piattaforma è spinta da una forza costante $F = 14 \text{ N}$. Si osserva che la molla è compressa ed il blocchetto è fermo rispetto alla piattaforma. Determinare:

- a) La accelerazione della piattaforma e la compressione della molla:

$$a = \dots\dots\dots, \Delta x = \dots\dots\dots$$

La velocità iniziale della piattaforma è $v_0 = 0,5 \text{ m/s}$; dopo un tempo $t = 0,6 \text{ s}$ la forza cessa di agire, ed immediatamente dopo la piattaforma urta in modo completamente anelastico un ostacolo fisso, rimanendovi incastrata. Calcolare:

- b) La velocità del blocchetto subito dopo l' urto e l' impulso trasferito dall' ostacolo alla piattaforma nell' urto:

$$v'_m = \dots\dots\dots, J = \dots\dots\dots$$

- c) La massima compressione della molla dopo l' urto: $\Delta x_{MAX} = \dots\dots\dots$



Soluzione:

a) $(m+M) a = F - \mu_D(m+M)g \Rightarrow a = 2,53 \text{ m/s}^2$

$$k\Delta x = ma \Rightarrow \Delta x = 0,13 \text{ m}$$

b) Subito prima dell' urto, si ha: $v_M = v_m = v_0 + at = 2,02 \text{ m/s}$

Nell' urto, la forza elastica (non impulsiva) non esplica alcun impulso => si conserva la quantità di moto del blocchetto (NON del sistema blocchetto piu' piattaforma): $v'_m = v_m = 2,02 \text{ m/s}$

$$J = \Delta P_M = - M v_M = -6,06 \text{ N s}$$

c) $W_{el} = -\Delta U_{el} = k\Delta x^2/2 - k\Delta x_{MAX}^2/2 = \Delta E^{kin}_m = -mv'^2/m$

$$\Rightarrow \Delta x_{MAX} = 0,47 \text{ m}$$

Problema 2

Un disco omogeneo di massa $m = 4 \text{ Kg}$ e raggio $R = 0,5 \text{ m}$ puo' rotolare su un piano scabro, inclinato rispetto all' orizzontale con un angolo di inclinazione $\theta = 20^\circ$. Nel centro del disco e' applicata una forza F , diretta orizzontalmente, tale da mantenere in equilibrio statico il disco sul piano.

- a) Si dimostri che la forza d' attrito statico in questo caso e' nulla e si determini l' intensita' della forza applicata: $F = \dots\dots\dots$

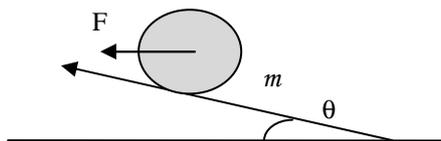
La forza viene portata, in un tempo trascurabile, al valore $F = 20 \text{ N}$ e si osserva un moto di puro rotolamento. Si determini:

- b) L' accelerazione del CM del disco (con segno, rispetto all' orientazione del piano data come in figura) e la forza d' attrito statico (con segno) che si sviluppa nel punto di contatto del disco:

$$a_{\text{CM}} = \dots\dots\dots, F_{\text{attr}} = \dots\dots\dots$$

- c) la velocita' angolare del disco quando il disco ha percorso la distanza $d = 1,5 \text{ m}$ lungo il piano:

$$\omega = \dots\dots\dots$$



Soluzione:

- a) Per l' equilibrio, il momento risultante rispetto al CM deve essere nullo:

$$M_{\text{CM}} = F_{\text{attr}}R = 0 \Rightarrow F_{\text{attr}} = 0$$

La componente lungo il piano della risultante delle forze esterne e' anch' essa nulla:

$$F \cos \theta - mg \sin \theta = 0 \Rightarrow F = mg \tan \theta = 14,3 \text{ N}$$

- b) $(F \cos \theta - mg \sin \theta) R = I_o \alpha$ con $I_o = (3/2) mR^2 = 1,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ momento d'inerzia rispetto all' asse passante per il punto di appoggio O del disco sul piano

$\Rightarrow a_{\text{CM}} = \alpha R = 0,9 \text{ m/s}^2$ (diretta concordemente all' orientazione dell' asse nel disegno, ossia verso l' alto)

Inoltre: $F \cos \theta - mg \sin \theta + F_{\text{attr}} = ma_{\text{CM}} \Rightarrow F_{\text{attr}} = -1,8 \text{ N}$ (opposta all' accelerazione)

- c) $W_{\text{tot}} = W_{\text{peso}} + W_F = -mg \sin \theta d + F \cos \theta d = I_o \omega^2 / 2 \Rightarrow \omega = 3,3 \text{ rad / s}$

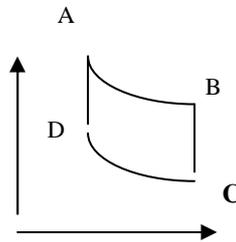
Problema 3

Una macchina termica contenente un gas ideale biatomico compie un ciclo di Stirling con un rapporto di espansione (rapporto tra il massimo ed il minimo volume occupato dal gas nel ciclo) $r = 3$. Il calore assorbito nel ciclo e' $Q_{ass} = 5000 \text{ J}$. Sapendo che la macchina lavora tra due serbatoi a temperature $T_2 = 400 \text{ K}$ e $T_1 = 250 \text{ K}$ rispettivamente, determinare:

- a) il numero di moli del gas: $n = \dots\dots\dots$
- b) il lavoro compiuto dalla macchina ed il suo rendimento: $W = \dots\dots\dots$, $\eta = \dots\dots\dots$
Si determini inoltre la variazione di entropia dell' Universo nelle due ipotesi:
- c) che il ciclo sia reversibile: $\Delta S_{rev}^{UN} = \dots\dots\dots$
- d) che le trasformazioni isocore del ciclo siano irreversibili: $\Delta S_{irr}^{UN} = \dots\dots\dots$

Soluzione:

- a) con riferimento al ciclo di Stirling:



si ha : $Q_{ass} = Q_{DA} + Q_{AB} = n c_V (T_2 - T_1) + n R T_2 \ln(r)$ con $c_V = (5/2) R$

$\Rightarrow n = 0,74 \text{ moli}$

b) $Q_{ced} = Q_{BC} + Q_{CD} = n c_V (T_1 - T_2) - n R \ln(r) = - 3995 \text{ J}$
 $W = Q_{ass} + Q_{ced} = 1005 \text{ J}$, $\eta = W / Q_{ass} = 0,201$

b) nel ciclo reversibile: $\Delta S_{rev}^{UN} = 0$

Per il ciclo irreversibile: $\Delta S_{UN} = \Delta S_{serb1} + \Delta S_{serb2} = - Q_{ass} / T_2 - Q_{ass} / T_1 = 3,5 \text{ J/K}$