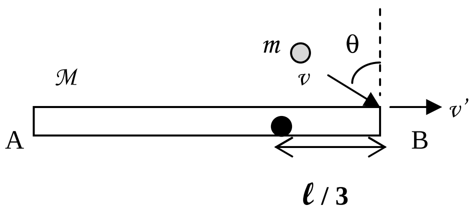
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA – SCUOLA DI INGEGNERIA – SETTORE INFORMAZIONE
IIa Prova in itinere di Fisica Generale I – Canale I **Padova, 18/06/ 2015**

Problema 1

Un' asta AB di massa $\mathcal{M}$ = 0,5 Kg e lunghezza ℓ = 0,9 m puo' ruotare in un piano verticale intorno all' asse orizzontale passante per il punto O posto a distanza $\ell/3$ dal suo estremo B. All' istante iniziale l' asta, ferma nella posizione orizzontale di figura, e' urtata nel suo estremo B da un corpo puntiforme di massa m = 0,1 Kg avente velocita' v=6 m/s diretta come in figura; il vettore velocita' **v** forma l' angolo θ = 60° con la direzione verticale. L' urto e' elastico e si osserva che il corpo prosegue dopo l'urto con velocita' **v'** diretta orizzontalmente. Si determini:

a) Il momento angolare iniziale del corpo rispetto al polo O : Lo^i =...................
b) Si dimostri che il momento d'inerzia dell' asta rispetto all' asse di rotazione e' Io = $M\ell^2/9$, e si determini la velocita' angolare dell' asta dopo l' urto: ω =.......................
c) Si determini la velocita' del corpo dopo l'urto ed il minimo valore della velocita' angolare dell' asta nel suo moto di rotazione successivo: v' = ..., ω_{min} =............................



Soluzione:

a) $L_o^i = mv\ell\cos\theta / 3 = 0{,}09$ Kg m^2/s

b) $I_o = M\ell^2/12 + M(\ell/2 - \ell/3)^2 = M\ell^2/9 = 0{,}045$ Kg m^2

$L_o^i = L^{tot}{}_o{}^f = I_o\,\omega$ essendo nullo il contributo della massa m al momento angolare totale finale

⇨ $\omega = L_o^i / I_o = 2$ rad/s

c) $mv^2/2 = mv'^2/2 + I_o\omega^2/2 \Rightarrow v' = [v^2 - I_o\omega^2/m]^{1/2} = 5{,}85$ m/s

Nel moto di rotazione dell' asta successivo all' urto, il CM dell' asta si solleva; la velocita' angolare minima si ha se l' asta si ferma nel suo moto (ω_{min} = 0) prima di raggiungere la posizione verticale, oppure quando l' asta raggiunge la posizione verticale, con il suo CM sollevato della lunghezza ℓ / 6 rispetto alla posizione iniziale. Nella seconda ipotesi, conservando l' energia meccanica totale, si avrebbe:

$Mg\ell / 6 + I_o\omega_f^2/2 = I_o\omega^2/2 \Rightarrow \omega^2{}_f = \omega^2 - Mg\ell / (3I_o) < 0$

L' asta quindi non raggiunge la posizione verticale, e ω_{min} = 0.

(La massima altezza h raggiunta dal CM e' data da: $Mgh = I_o\omega^2/2$
⇨ $h = 0.018 < \ell / 6$)

Problema 2

Il piu' grande dei due satelliti di Marte, Phobos, compie un' orbita approssimativamente circolare di raggio $r = 9800$ Km con periodo T= 7h 30 min = 27000 s . Ricordando che la costante di gravitazione universale vale

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 Kg^{-2}, si determini:

a) L' accelerazione del satellite e la massa di Marte:

a =........................., M_M=.......................................

Sapendo che il raggio di Marte e' $R_M = 3400$ Km (ossia poco maggiore della meta' del raggio terrestre), determinare:

b) L'accelerazione di gravita' sulla superficie marziana e la velocita' di fuga dal pianeta:

g_M=................................, v_f =..

Facoltativo (3 punti aggiuntivi, eventualmente per la lode):

Sapendo che l' atmosfera marziana e' costituita in massima parte di biossido di Carbonio (CO_2 : massa molecolare: $M_{CO2} = 44\ m_{protone} = 7{,}3 \cdot 10^{-26}$ Kg) e che la temperatura media sulla superficie di Marte e' $T \cong -50° \cong 220$ K, si dimostri che la velocita' di fuga e' circa 11 volte maggiore della velocita' quadratica media delle molecole dell' atmosfera marziana (si ricordi che una molecola triatomica ha 6 gradi di liberta').

Soluzione

a) La velocita' angolare di rivoluzione del satellite e' : $\omega = 2\pi/T = 2{,}32\ 10^{-4}$ rad/s
La sua accelerazione e' quindi: $a = \omega^2 r = 0{,}527$ m/s^2

Dalla legge di gravitazione universale: $F = ma = \gamma\, mM_M / r^2$

⇨ $M_M = a\, r^2/\gamma = 7{,}6\ 10^{23}$ Kg (~ 0.11 M_{Terra})

b) La forza peso sulla superficie marziana e': $mg_M = \gamma\, mM_M / R_M^2$
=> $g_M = \gamma\, M_M / R_M^2 = 4{,}4$ m/s^2

La velocita' di fuga e' determinata conservando l' energia meccanica totale, posta uguale a zero a distanza infinita dal pianeta:

$mv^2_f / 2 - \gamma m M_M / R_M = 0 \quad \Rightarrow v_f = [2\gamma M_M / R_M]^{½} = 5{,}4\ 10^3$ m/s

c) L' energia cinetica media delle molecule di un gas triatomico alla temperature termodinamica di equilibrio T e' :

$< E_k > = m<v^2> / 2 = 6\ (kT/2) = 3kT$ con $k = 1{,}38\ 10^{-23}$ J/K costante di Boltzmann

⇨ La velocita' quadratica media e' : $v_{q.m.} = [<v2>]^{1/2} = [6kT/m]^{1/2}$ ~500 m/s

ossia circa 1/11 della velocita' di fuga sopra calcolata.

Problema 3

n = 2 moli di gas ideale biatomico, inizialmente contenuti nel volume V_A= 30 dm^3 e alla pressione p_A=1,5·10^5 Pa, vengono scaldati irreversibilmente fino alla temperatura T_B=500 K, ponendo il gas a contatto termico con un serbatoio a temperatura T_B. Nello stato B la pressione e' p_B=1,8·10^5 Pa ed il lavoro fatto dal gas nella trasformazione AB e' W_{AB}=4000 J. Successivamente, il gas viene portato nello stato C con temperatura T_C=T_A mediante un' espansione adiabatica reversibile. Infine, si riporta il gas nello stato iniziale A con una compressione isoterma reversibile. Determinare, ricordando che la costante universale dei gas vale R=8,31 J / K·mole :

a) La temperatura iniziale T_A ed il calore scambiato nella trasformazione AB:
T_A=..................................... Q_{AB} = ...

b) Il volume dello stato C ed il rendimento del ciclo: V_C=......................., η=......................

c) La variazione di entropia dell' Universo nel ciclo:
ΔS_{UN} = ...

Soluzione:

a) $T_A = p_A V_A / nR = 270{,}7$ K
$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = nc_V(T_B - T_A) + W_{AB} = 13527$ J

b) $T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$ => $V_C = V_B(T_B/T_A)^{1/(\gamma-1)} = 214.3\ dm^3$

essendo $V_B = nRT_B/p_B = 46{,}2\ dm^3$

il rendimento e':

$$\eta = 1 + Q_{ced}/Q_{ass} = 1 + Q_{CA}/Q_{AB} = 0{,}346$$

con $Q_{CA} = W_{CA} = n\,R\,T_A \ln(V_A/V_C) = -8845$ J

c) $\Delta S^{UN} = \Delta S_{serbA} + \Delta S_{serbB} = -Q_{CA}/T_A - Q_{AB}/T_B = 5{,}63$ J / K.

(alternativamente:

$$\Delta S^{UN} = \Delta S^{gas}_{AB} + \Delta S^{serb}_{AB} = nR \ln(V_B/V_A) + nc_V \ln(T_B/T_A) - Q_{AB}/T_B \ )$$