



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria – Settore Informazione

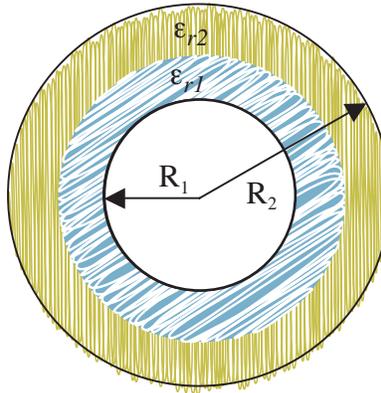
V appello di Fisica 2 – 10 Gennaio 2006

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Problema 1**

Un condensatore sferico isolato di raggio interno  $R_1 = 5 \text{ cm}$  e raggio esterno  $R_2 = 9 \text{ cm}$  è caricato con una carica  $Q = 40 \text{ nC}$ . Due dielettrici di costante dielettrica relativa  $\epsilon_{r1} = 5$  e  $\epsilon_{r2} = 4$  rispettivamente e uguale spessore  $d$  riempiono completamente lo spazio interno al condensatore. Calcolare:

- 1) la differenza di potenziale ai capi del condensatore  $V$
- 2) la discontinuità del campo elettrico sulla superficie di separazione dei dielettrici  $|E_2 - E_1|$



Lo spessore del dielettrico è

$$d = \frac{R_1 - R_2}{2} = 2 \text{ cm}$$

1) Si tratta di un sistema di condensatori in serie con capacità rispettivamente

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1} \frac{R_1(R_1 + d)}{(R_1 + d) - R_1} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1} \frac{R_1(R_1 + d)}{d} = 97 \text{ pF}$$

$$C_2 = 4\pi\epsilon_0\epsilon_{r2} \frac{R_2(R_2 - d)}{(R_2 - d) - R_2} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_{r2} \frac{R_2(R_2 - d)}{d} = 140 \text{ pF}$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 57 \text{ pF}$$

per cui

$$V = \frac{Q}{C} = 696 \text{ V}$$

2) Il campo elettrico in assenza del dielettrico sulla superficie di separazione a raggio  $R_1 + d$  è

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R_1 + d)^2} = 73.4 \text{ kV/m}$$

per cui nei due dielettrici in prossimità di tale punto si ha

$$E_1 = \frac{E}{\epsilon_{r1}} \quad E_2 = \frac{E}{\epsilon_{r2}}$$

e la discontinuità è

$$|E_2 - E_1| = E \left( \frac{1}{\epsilon_{r2}} - \frac{1}{\epsilon_{r1}} \right) = 3.7 \text{ kV/m}$$



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**

*Corso di Laurea in Ingegneria – Settore Informazione*

*I appello di Fisica 2 – 10 Gennaio 2006*

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

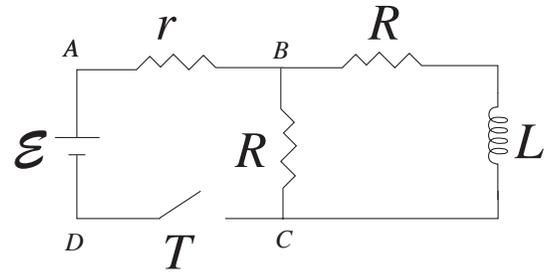
**Problema 2**

Nel circuito della figura  $r = 2 \Omega$ ,  $R = 5 \Omega$ ,  $L = 10 \text{ mH}$  (e resistenza trascurabile). Con l'interruttore T chiuso l'energia magnetica immagazzinata nell'induttore vale  $U_m = 1.25 \text{ mJ}$ . Calcolare:

- 1) l'intensità della corrente nell'induttore  $i_L$
- 2) la forza elettromotrice del generatore  $\mathcal{E}$

All'istante  $t = 0$  l'interruttore viene aperto. Calcolare dopo il tempo  $t^* = 10^{-4} \text{ s}$ :

- 3) la corrente che percorre il conduttore  $i_L^*$
- 4) l'energia dissipata nel circuito durante il tempo  $t^*$   $W_R$



1) L'energia magnetica immagazzinata è

$$U_m = \frac{1}{2} Li_L^2$$

per cui

$$i_L = \sqrt{\frac{2U_m}{L}} = 0.5 \text{ A}$$

2) Intuitivamente, essendoci due resistenze uguali e nessun generatore nella maglia di destra passa la corrente  $i_L$  in ogni ramo. Di conseguenza la corrente  $i$  attraverso  $r$  è il doppio di  $i_L$ .

$$i = 2i_L = 1 \text{ A}$$

Per il circuito ABCD

$$\mathcal{E} = ri + Ri_L = 4.5 \text{ V}$$

(Alternativamente si possono applicare i principi di Kirchhoff al nodo e alle due maglie.

$$\begin{cases} i = i_2 + i_L \\ 0 = Ri_L - Ri_2 \\ \mathcal{E} = ri + Ri_2 \end{cases}$$

che quindi fornisce

$$\begin{cases} i_2 = i_L \\ i = 2i_L = 1 \text{ A} \\ \mathcal{E} = ri + Ri_2 = 4.5 \text{ V} \end{cases} \quad )$$

3) L'induttore si scarica con corrente che varia esponenzialmente con costante di tempo:

$$\tau = \frac{L}{2R} = 10^{-3} \text{ s}$$

per cui

$$i_L^* = i_L e^{-\frac{t^*}{\tau}} = 0.45 \text{ A}$$

4) L'energia magnetica immagazzinata sarà

$$U_m^* = \frac{1}{2} Li_L^{*2} = 1.02 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_R = U_m^* - U_m = -0.23 \text{ mJ}$$



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria – Settore Informazione

V appello di Fisica 2 – 10 Gennaio 2006

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Problema 3**

Un solenoide di lunghezza  $L = 80 \text{ cm}$  e raggio  $R = 4 \text{ cm}$  ha  $n = 10^4 \text{ spire/m}$  percorse dalla corrente  $i$ . Un elettrone ( $e/m = -1.76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ ) si muove nel suo interno con velocità  $v = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  su una circonferenza di raggio  $r = 3 \text{ cm}$  in un piano perpendicolare all'asse del solenoide. Calcolare:

- 1) la corrente che percorre il solenoide  $i$
- 2) l'energia magnetica contenuta nel solenoide  $U_m$

1) Il raggio su cui si muove l'elettrone è dato da

$$r = \frac{mv}{eB}$$

per cui il campo magnetico in cui è immerso è

$$B = \frac{mv}{er} = 3.78 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Ricordando la formula del campo magnetico nel solenoide si ottiene

$$B = \mu_0 ni \quad \rightarrow \quad i = \frac{B}{\mu_0 n} = 0.3 \text{ A}$$

2) L'energia immagazzinata nel volume  $V$  del solenoide è

$$U_m = u_m V = \frac{B^2}{2\mu_0} \pi R^2 L = 2.29 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$